Control System Toolbox

For Use with MATLAB[®]

Computation

Visualization

Programming





Version 5

サイバネットシステム株式会社との連絡法

1	03-5978-5411	電話
	508-647-7001	ファクシミリ
	東京都文京区大塚 2 丁目 15 番地 6 号 ニッセイ音羽ビル	住所
	http://www.cybernet.co.jp/products/matlab	Web
@	infomatlab@cybernet.co.jp techmatlab@cybernet.co.jp	営業部 技術部

Getting Started with the Control System Toolbox

© COPYRIGHT 2000 by The MathWorks, Inc.

The software described in this document is furnished under a license agreement. The software may be used or copied only under the terms of the license agreement. No part of this manual may be photocopied or reproduced in any form without prior written consent from The MathWorks, Inc.

FEDERAL ACQUISITION: This provision applies to all acquisitions of the Program and Documentation by or for the federal government of the United States. By accepting delivery of the Program, the government hereby agrees that this software qualifies as "commercial" computer software within the meaning of FAR Part 12.212, DFARS Part 227.7202-1, DFARS Part 227.7202-3, DFARS Part 252.227-7013, and DFARS Part 252.227-7014. The terms and conditions of The MathWorks, Inc. Software License Agreement shall pertain to the government's use and disclosure of the Program and Documentation, and shall supersede any conflicting contractual terms or conditions. If this license fails to meet the government's minimum needs or is inconsistent in any respect with federal procurement law, the government agrees to return the Program and Documentation, unused, to MathWorks.

MATLAB, Simulink, Stateflow, Handle Graphics, and Real-Time Workshop are registered trademarks, and Target Language Compiler is a trademark of The MathWorks, Inc.

Other product or brand names are trademarks or registered trademarks of their respective holders.

 Printing History:
 September 2000
 First printing
 New for MATLAB 6.0 (Release 12)

 March 2001
 翻訳

本書の内容の一部あるいは全部を無断で転載、複製、複写することを禁じます。 本書の内容は予告なく変更することがあります。

Contents

はじめに

Control System Toolbox とは? 1-2
インストレーション1-3
はじめましょう1-4
関連プロダクト 1-6
凡例 1-8

モデルの作成

2

はじめに
線形モデル2-3線形モデルの表現2-3SISO 例題: DC モータ2-4SISO モデルの構築2-6離散時間システム2-11線形モデルに遅れを付加2-13LTI オブジェクト2-13
MIMO システム2-15MIMO の例題:ジェット戦闘機用のヨーダンパ2-15MIMO モデル伝達関数の作成2-18MIMO システムの中の I/O のペアへのアクセスと取り扱い2-20
線形モデル配列 2-21
モデルの特性 2-24

線形モデルの結合	2- 25 2- 26
連続 / 離散の変換	2-27
離散 DC モータモデル	2-27
モデル次数の低次元化	2-29
例題:気化装置モデル	2-29

モデルの解析

はじめに
例題:LTI Viewer
例題: DC モータの時間応答と周波数応答
例題: Step 心合の立ち上かり時間
LII Viewer の中のフロットタイプの変更
複数のモデルの比較3-12
時間応答と周波数応答用のコマンド
時間応答と周波数応答3- 17
例題:MIMO モデル応答のプロット
データマーカ3-22
マルチシステムのプロットと比較3-23
カスタムプロットの作成3- 26
Simulink LTI Viewer
Simulink LTI Viewer の使用3- 29
線形モデルと非線形モデルの比較3-30
線形化モデルの Bode 線図3- 37
操作条件の設定3-41

SISO 設計ツールのオープン4-3 SISO 設計ツールにモデルのインポート4-4 フィードバック構造4-6 ループ応答4.6 例題:DCモータ......4-8 補償器ゲインの調整4-8 右クリックメニュー4-9 帯域幅の調整4-9 積分器の追加4-12 リードネットワークの付加......4-14 補償器の極・零点の移動4-17 図上で単位を変更する4-19 ノッチフィルタの付加4-20 例題:油圧サーボメカニズム......4-25 補償器のゲインの変更4-30 補償器に極と零点を追加4-31 補償器の極と零点の位置の編集4-36 補償器とモデルの保存4-39 中間設計の保存と復帰4-40 補償器設計用のコマンド4-42 根軌跡設計4-42 線形二次ガウシアン (LOG) 設計4-46 例題:LQG 設計......4-51 例題: セットポイントトラッキング用 LQG 設計4-55

デモ	
オンラインヘルプ	
プロットプリファレンスやプロノ	ペティの設定5-3
The MathWorks オンライン	



はじめに

Control System Toolbox とは?	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	1-2
インストレーション....	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	1-3
はじめましょう......	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	1-4
関連プロダクト......		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	1-6
凡例		•	•		•	•	•	•		•	•	•			•		•	1-8

Control System Toolbox とは?

MATLAB[®]は、制御技術者やシステム理論家にすぐに利用できる多くの関数を集めたものです。複素代数、固有値、根の検出、逆行列、FFT等は、MATLABの 重要な数値解析ツールの例の一部です。より一般的に、MATLABの線形代数、 行列計算、数値解析機能、他の専門分野同様に、制御システム技術者に対して も、信頼できる機能を提供します。

Control System Toolbox は、MATLAB の行列構造を使い、MATLAB をベースに、 制御技術者に特化した機能を与えています。Control System Toolbox は、一般的 な制御システム設計、解析、モデリングを実現するアルゴリズムを M-ファイル で表現したものです。便利な GUI (グラフィカルユーザインターフェイス)機 能は、典型的な制御技術者のタスクを簡素化します。

制御システムは、古典制御や現代制御で共に使われる、伝達関数、零点 - 極 - 利 得型や状態空間型を使ってモデル化できます。これらは、連続系、離散系共に使 うことができます。種々のモデル表現間の変換機能も提供されています。時間応 答、周波数応答、根軌跡も計算でき、かつグラフィカルに表示することもできま す。他の機能として、極配置、最適制御、エスティメータ等も用意しています。 最後になりますが、最も重要なことは、このツールボックスに用意されていない ツールを新しい M- ファイルを記述することにより作成できることです。

インストレーション

Control System Toolbox をインストールする手法は、ユーザの使用マシン用の MATLAB Installation Guide を参照してください。これらのファイルをメインの matlab ディレクトリとは別に control と名付けたディレクトリに設定することを お勧めします。Control System Toolbox が、ユーザのシステム上に、既にインス トールされているかどうかを調べるためには、メインツールボックスディレクト リまたはフォルダの中のサブディレクトリ control をチェックしてください。

Control System Toolbox は、様々な状況で制御設計の実行の仕方を説明したデモ ンストレーション用のファイルを提供しています。これらのデモをスタートする には、MATLAB プロンプトで demo とタイプして下さい。

次に、Toolboxes という見出しの中から Control System Toolbox を選択します。また、設計ケーススタディ(Design Case Studies)には、種々の詳しい設計問題例 が含まれています。

はじめましょう

まだ、**慣れていないユーザは**、*Control System Toolbox を使って始めましょう*、から始めてください。これらは、

- ダイナミックッシステムの線形時不変モデルの設定法と実現
- このようなモデルの解析法や時間応答、周波数応答のプロット表示
- 根軌跡法や極配置法による、補償器やコントローラの設計法

について、書かれています。

また、このガイドではモデル次数の低次元化や線形二次ガウシアン(LQG)や これらの手法の使用方法についても、記述しています。

このマニュアルに含まれているすべてのドキュメントは、ヘルプブラウザの Control System Toolbox の中のオンラインに含まれています。その他の Toolbox ド キュメントもオンライン利用可能です。Control System Toolbox をクリックして、 オンライン Control System Toolbox ドキュメントや同 PDF 版にリンクした Roadmap になっているプロダクトページを開きます。

経験のあるユーザは、つぎの事柄から始めてください。

- リリースノート 最新のリリースの詳細
- モデルの作成と取り扱い ひとつの変数に複数の線形モデルを保存するため に使うことができるデータオブジェクトの線形モデルと LTI 配列の作成と取 り扱いの方法に関する詳細情報
- プロットプロパティとプレファレンスの設定 タイトル、フォント、単位、 グリッドなどのプロットオプションを設定するためのプロパティプリファレ ンスエディタの詳細
- 設計ケーススタディ Kalman フィルタリングや MIMO 設計を含んだ例題
- ・計算の信頼性 数値的安定性と正確性の問題
- ツールとビューアリファレンス システムの解析や SISO 補償器 設計に利用 できるグラフィカルユーザインタフェース (GUI)の LTI Viewer や SISO 設計 ツール (SISO Design Tool)の完全な説明

ツールボックスのすべてのユーザは、関数やツールに関するリファレンスとして、Control System Toolbox 関数リファレンスを参照できます。関数について、 リファレンスの記述は、関数のシンタックスと同様にオプションや演算の完全な 説明も用意しています。多くのリファレンスの記述には、例題や関数のアルゴリ ズムの記述、付加的な参考文献等の情報も含んでいます。GUI をベースにした ツールに対して、記述は、ツールを起動するためのオプションを含んでいます。

関連プロダクト

The MathWorks は Control System Toolbox を使う場合に特に関係するいくつかの関連製品を提供しています。これらの製品に関する情報は、以下を参照して下さい。

- その製品のオンラインドキュメントを読むことができます。オンラインド キュメントは、インストールするか、CD に直接アクセスして読むことができ ます。
- MathWorks Web site (http://www.mathworks.com) に製品情報があります。

以下のテーブルは、Control System Toolbox の機能を拡張する MathWorks 製品の 一覧です。

プロダクト	記述
Fuzzy Logic Toolbox	ファジィロジックアルゴリズムを開発するため のツール
Linear Matrix Inequality Toolbox	ロバスト制御や多目的制御、ゲインスケジュー リングに適用される線形行列不等式 (LMI) を解 くための凸問題最適化アルゴリズム
Model Predictive Control Toolbox	モデル予測制御を実行するための包括的ツール
μ-Analysis and Synthesis Toolbox	モデリングやパラメータの不確かなシステムの ロバスト安定性と性能特性評価に適用できる構 造化特異値の解析アルゴリズム
Nonlinear Control Design Blockset	ユーザ定義の時間領域制約付きを基にパラメー タのチューニングを行う、最適化をベースとし た制御系設計アプローチ
Robust Control Toolbox	H _∞ 手法を使ったロバスト多変数フィードバック 制御系のモデリング、解析、設計のためのツー ル

プロダクト	記述
Simulink	ブロック線図で動的システムをモデリング、シ ミュレーション、解析するための広範な環境
System Identification Toolbox	ノイズ環境下の時系列(入出力データ)からダ イナミックシステムの線形モデルを構築するた めのツール

凡例

このマニュアルでは、以下のきまりに従います

内容	このガイドでの使い方	例題
例題のコード	モノスペースタイプ	5 を A に代入 A = 5
関数名	モノスペースタイプ	関数 cos は、各配列の余弦を計 算
関数シンタックス	つぎに示すように文字列に 対して、モノスペースタイ プ ユーザが任意に変更できる 要素は、モノスペース イタ リック	シンタックスラインの例は MLGetVar ML_var_name
+-	最初が大文字で 太文字	Return キーを押す
アルファベット文字列 (リファレ ンス各章のシンタックス表現)	アルファベットは モノス ペース太文字	f = freqspace(n, 'whole')
数学的表現	変数は <i>イタリック</i> 関数、演算子、定数は標準 タイプ	つぎのベクトルは、多項式を表 します。 <i>p</i> = <i>x</i> 2 + 2 <i>x</i> + 3
MATLAB 出力	モノスペースタイプ	MATLAB は、つぎの出力を行いま す。 A = 5
メニュー名、メニューアイテム、 コントロール	最初が大文字で 太文字	ファイル メニューの選択

内容	このガイドでの使い方	例題							
新しいアイテム	イタリック	<i>配列</i> は、情報を順番に並べたも のです。							
文字列変数 (from a finite list)	モノスペースイタリック	<pre>sysc = d2c(sysd, 'method')</pre>							

<u>1 はじめに</u>



モデルの作成

はじめに .	•••	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	. 2-2
線形モデル		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	. 2-3
MIMO シス	テム	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	. 2-15
線形モデル	記列.		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	. 2-21
モデルの特	性		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	. 2-24
線形モデル	の結合	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	. 2-25
連続 / 離散の	D変換	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•		•	•	. 2-27
モデル次数	の低次	元	化	•	•			•	•	•	•		•	•		•	•		•	•		•	•	. 2-29

はじめに

この章は、Control System Toolbox で用意されている関数を使って、線形時不変 (LTI) ダイナミックシステムのモデル作成法について、記述します。DC モータ の簡単な単入力、単出力 (SISO) モデルの作成から始め、つぎの項目を含む種々 のモデル表現を行います。

- 伝達関数
- 状態空間
- 零点 / 極 / ゲイン
- •周波数応答データ

また、この章では、ジェット戦闘機モデルを表現するために、多入力多出力 (MIMO) モデルの作成法も記述します。また、つぎの項目を含む、基本的な LTI モデルの作成に関連したトピックスも議論します。

- •モデル特性へのアクセス法
- モデル表現間の変換
- 小さなモデルをベースに大きなモデルを構築
- •I/Oの組み合わせへのアクセスや取り扱い
- ・複数の線形モデルをまとめて一つの変数としてストアしたMATLABオブジェクトであるLTIオブジェクト

この章では、連続時間から離散時間への変換、サンプリング時間の設定など、離 散時間システムに関して議論します。また、線形システムへのむだ時間の導入法 についても議論します。最終節では、モデル次数の低次元化と実行の仕方につい て、説明します。

線形モデル

一般的に、制御技術者は、制御したいダイナミックシステムの数学的な記述から 始めます。このような制御しなければならないシステムを、プラントと呼びま す。プラントの一般的な例題として、DCモータを考えます。この節では、慣性 負荷を駆動する DCモータの電磁気学的な性質を記述する微分方程式を作成しま す。これらの方程式を基に、Control System Toolboxを使っての線形モデルの作 成法を記述します。

線形モデルの表現

Control System Toolbox は、つぎのタイプのモデル表現法を用意しています。

• 状態空間法 (SS)

$$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu$$
$$y = Cx + Du$$

ここで、A,B,C,Dは、次元の整合性をもつ行列です。x は状態ベクトル、uとy は入力ベクトル、出力ベクトルです。

• 伝達関数 (TF)

$$H(s) = \frac{s+2}{s^2+s+10}$$

•零点 / 極 / ゲインモデル (ZPK)

$$H(z) = 3\frac{(z+1+j)(z+1-j)}{(z+0.2)(z+0.1)}$$

 ・周波数応答データ (FRD) モデル

システムの周波数応答をサンプリングしたデータから構成されています。たとえば、実験的に集めた周波数応答データを FRD モデルに保存することができます。

注意 FRD モデルの設計は、このガイドブックで考えていない特別なサブジェクトです。このトピックスの議論について、Help Browserの中のモデルの作成と取り扱いの下の周波数応答データ (FRD) モデルを参照してください。

SISO 例題:DC モータ

慣性負荷を駆動する簡単な DC モータは、入力として供給電圧 vapp(t) $v_{app}(t)$ 、 出力として負荷の角度比 (t) $\omega(t)$ をもっています。この例題の目的は、適用する 電圧の変化により、角度比を制御することです。つぎの図は、簡単な DC モータ を示しています。



図 2-1: 慣性負荷を駆動する DC モータの簡単なモデル

このモデルで、モータ自身のダイナミックスが理想化されています。たとえば、 磁場は一定と考えられています。回路の抵抗をRとし、電機子の自己インダク タンスをLとします。DCモータのモデル化に詳しくない方は、物理的なモデリ ングに関する基礎的なテキストを参照してください。ここで、重要な事柄は、簡 単なモデルと物理的な基礎法則を使って、電気力学システムの挙動を記述する微 分方程式を作成することです。この例題では、電気的なポテンシャルと力学的な 力との間の関係は、Faradayの法則と磁場内を移動する導体に作用する Ampère の法則です。

運動的な導出

モータのシャフトに見られるトルク τ は、適用された電圧で発生する電流 i に比例します。

 $\tau(t) = K_m i(t)$

ここで、*K_m* は電機子の定数で、モータの物理的な特性、たとえば、磁場の強さ、 導体コイルの周りを巻いているワイヤの数、等々に関連します。誘電電流による 力 *v_{emf}* は、シャフトで見られる角度比ωに比例した電圧になります。

 $v_{emf}(t) = K_b \omega(t)$

ここで、K_bは、起電力 emf の定数で、モータの物理特性に依存します。

モータの方程式の力学的な部分は、慣性負荷 J と角度比の微係数を乗算したものが、モータのシャフトの周りの全トルク量に等しい Newton の法則に従います。 結果は、つぎのように表せます。

$$J\frac{d\omega}{dt} = \sum \tau_i = -K_f \omega(t) + K_m i(t)$$

ここで、 $K_f \omega$ は、粘性摩擦の線形近似です。

最終的に、モータの方程式の電気的な部分は、つぎの方程式

$$v_{app}(t) - v_{emf}(t) = L \frac{di}{dt} + Ri(t)$$

で記述でき、または、逆方向の誘電電流を代入して、適用する電圧に対して、つぎの方程式を解きます。

$$v_{app}(t) = L \frac{di}{dt} + Ri(t) + K_b \omega(t)$$

一連の方程式は、モータの挙動を記述した誘電電流を表す

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i(t) - \frac{K_b}{L}\omega(t) + \frac{1}{L}v_{app}(t)$$

と、結果求まる角度比

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{1}{J}K_{f}\omega(t) + \frac{1}{J}K_{m}i(t)$$

の二つから構成されます。

DC モータに対する状態空間方程式

前の節で導出した2つの微分方程式を与えて、ダイナミックシステムとして、 DC モータの状態空間表現を作成することができます。電流 i と角度比ωは、シ ステムの2つの状態です。適用される電圧 *v_{app}*は、システムへの入力で、角度 比ωは、出力になります。

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} i\\ \omega \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{R}{L} & \frac{K_b}{L} \\ \frac{K_m}{J} & \frac{K_f}{J} \end{vmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i\\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot v_{app}(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \cdot v_{app}(t)$$

図 2-2: DC モータの例題の状態空間表現

SISO モデルの構築

ユーザのプラントを記述する微分方程式の組を一度作成すると、Control System Toolbox の簡単なコマンドを使って、SISO モデルを構築できます。つぎの節では、つぎの事柄を記述します。

- •DC モータの状態空間モデルの作成
- モデル表現間の変換
- ・直接、伝達関数や零点 / 極 / ゲインモデルの作成

•LTI オブジェクト

DC モータの状態空間モデルの作成

つぎのステートメントは、DC モータの種々のパラメータのノミナル値です。

- R= 2.0 % オーム
- L= 0.5 % Henrys
- Km = .015% トルク定数
- Kb = .015 % emf 定数
- Kf = 0.2 % Nms
- J= 0.02 % kg.m^2/s^2

これらの値を与えると、関数 ss を使って、数値的に状態空間表現を作成することができます

A = [-R/L - Kb/L; Km/J - Kf/J]

B = [1/L; 0];

C = [0 1];

D = [0];

 $sys_dc = ss(A,B,C,D)$

sys_dc の出力を示します。

a =

	x1	x2
x1	-4	-0.03
x2	0.75	-10

b =

	u1	
x1	2	
x2	0	

c = x1 x2 y1 0 1 d = u1 y1 0

モデル表現間の変換

DC モータの状態空間表現を得ると、伝達関数 (TF) や零点 / 極 / ゲイン (ZPK) モ デルを含んで、他のモデル表現に変換できます。

伝達関数表現.

状態空間表現から伝達関数表現に、関数 tf を使って変換します。たとえば、つぎのコードを使って、DC モータの伝達関数表現に変換します。

 $sys_tf = tf(sys_dc)$

Transfer function:

1.5

s^2 + 14 s + 40.02

零点/極/ゲイン表現.

同様に、関数 zpk は、状態空間または伝達関数表現から零点 / 極 / ゲイン形式に 変換します。つぎのコードを使って、DC モータに対する状態空間表現を零点 / 極 / ゲイン表現に変換します。

 $sys_zpk = zpk(sys_dc)$

Zero/pole/gain:

1.5

-----(s+4.004) (s+9.996)

注意 状態空間表現は、数値計算に対して最も適したものです。モデルの仕様と その確認の場合を除いて、高精度な数値計算のために、モデルを組み合わせる前 に状態空間表現に変換し、伝達関数表現や極/零/ゲイン表現を利用しないでく ださい。数値精度の問題に関する詳細は、計算の信頼性を参照してください。

伝達関数や零点 / 極 / ゲイン SISO 表現の作成

DC モータの例題で、状態空間アプローチは、モデルを表現しているいくつかの 行列を作成します。異なるアプローチを選択する場合、対応するモデルは、関数 tf, zpk, ss, frd を使って作成することができます。

sys = tf(num,den) % 伝達関数

sys = zpk(z,p,k) % 零点 / 極 / ゲイン

sys = ss(a,b,c,d) % 状態空間

sys = frd(response, frequencies) % 周波数応答データ

たとえば、直接、DCモータの伝達関数を作成したい場合、つぎのコマンドを 使ってください。

s = tf('s');

 $sys_tf = 1.5/(s^2+14*s+40.02)$

Control System Toolbox は、つぎの伝達関数を作成します。

Transfer function:

1.5

s^2 + 14 s + 40.02

また、つぎのコードのように、分子と分母を指定することにより、伝達関数を作 成することもできます。

sys_tf = tf(1.5,[1 14 40.02])

Transfer function:

1.5

s^2 + 14 s + 40.02

零点 / 極 / ゲインモデルを作成するには、つぎのコマンドを使います。

sys_zpk = zpk([],[-9.996 -4.004], 1.5)

結果として、つぎの零点 / 極 / ゲイン表現を得ます。

Zero/pole/gain:

1.5

(s+9.996) (s+4.004)

Continuous-time model.

離散時間システム

Control System Toolbox は、離散時間システムについてもフルサポートを行って います。アナログシステムを作成する場合と同じように、離散システムを作成す ることができます。これらの唯一の違いは、作成したモデルに対して、サンプル 時間を設定するか否かです。たとえば、

sys_disc = tf(1, [1 1], .01);

は、伝達関数形式で SISO モデルを作成します。

Transfer function:

1 ----z + 1

Sampling time: 0.01

離散時間モデルに時間遅れを付加

モデル作成する場合、入力時間遅れまたは出力時間遅れを設定することで、離散 時間モデルに時間遅れを付加することができます。時間遅れは、非負の整数で、 サンプル時間の整数倍である必要があります。例えば、

sys_delay = tf(1, [1 1], 0.01,'outputdelay',5);

は、0.05秒の遅れの出力をもったシステムを作成します。

Transfer function:

$$1 \\ z^{(-5)} * ---- \\ z + 1$$

Sampling time: 0.01

時間遅れの完全な記述を行うため、Help Navigator の Contents ページの Control System Toolbox の "時間遅れをモデルに付加 "を参照してください。

線形モデルに遅れを付加

モデルを作成する場合、入力または出力の遅れを設定することにより、線形モデルに時間遅れを付加することができます。たとえば、つぎのコードにより、DC モータに入力の遅れを付加できます。

sys_tfdelay = tf(1.5, [1 14 40.02], inputdelay, 0.05)

Control System Toolbox は、DC モータ伝達関数を作成しますが、0.05 秒の遅れを 付加します。

Transfer function:

1.5

exp(-0.05*s) * -----

s^2 + 14 s + 40.02

時間遅れをモデルに付加するためには、Help ブラウザのモデルの作成と取り扱 いのなかのむだ時間を参照してください。

LTI オブジェクト

Control System Toolbox は、ユーザモデルを簡便に取り扱うために、*LTI オブジェ クト*と呼ばれる、カスタマイズされたデータ構造を提供します。たとえば、DC モータの例題で作成された変数 sys_ss は、*SS オブジェクト*と呼ばれます。伝達 関数には TF オブジェクト、零点 / 極 / ゲインには ZPK オブジェクト、周波数応 答モデルには FRD オブジェクトが用意されています。4 つの LTI オブジェクト は、モデルデータを含み、複数のベクトルや行列ではなく、単一要素として線形 システムを取り扱うことが可能になります。

LTI オブジェクトに含まれているものを見るため、get コマンドを使います。つ ぎのコードは、DC モータ例題から sys_dc の内容を記述するものです。

get(sys_dc)

```
a: [2x2 double]
```

b: [2x1 double]

c: [0 1]

d: 0

e: []

StateName: {2x1 cell}

Ts: 0

ioDelay: 0

InputDelay: 0

OutputDelay: 0

InputName: {"}

OutputName: {"}

InputGroup: {0x2 cell}

OutputGroup: {0x2 cell}

Notes: { }

UserData: []

コマンド get を使って、LTI オブジェクトの中に含まれているデータを取り扱う ことができます。set と get の詳細については、Control System Toolbox のオンラ インを参照してください

LTI プロパティに関する詳細は、MATLAB のプロンプトの基で、ltiprops と入力 してください。LTI オブジェクトの完全な記述については、Help ブラウザの Control System Toolbox のモデルの作成と取り扱いを参照してください。

MIMO システム

任意の入出力数の MIMO 伝達関数や零点 / 極 / ゲインモデルも含めて、多入力 / 多出力 (MIMO) モデルを作成するために、SISO システムの時と同様の手法が利 用できます。この節は、MIMO システムの作成法の例から始めます。そして、 SISO 伝達関数を連結して MIMO 伝達関数を作成する方法や、MIMO モデルに含 まれる個々の SISO 伝達関数にアクセスしたり、操作したりする方法を記述しま す。

MIMO の例題:ジェット戦闘機用のヨーダンパ

この例題は、ジェット戦闘機の MIMO モデルの構築法を示します。ジェット戦 闘機の物理モデルへの展開は長くなりますので、ここでは、状態空間方程式での み表してみましょう。飛行機の巡航に関する物理的な背景のより詳細な議論に関 しては、飛行機に関する標準的なテキストを見てください

MACH = 0.8、H = 40,000ft で飛行中の jet モデルは、つぎのように表せます。

A = [-0.0558 -0.9968 0.0802 0.0415

0.5980 -0.1150 -0.0318 0

-3.0500 0.3880 -0.4650 0

0 0.0805 1.0000 0];

-0.4750 0.0077

0.1530 0.1430

0 0];

 $C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix};$

 $D = [0 \quad 0 \\ 0 \quad 0];$

Control System Toolbox は、つぎのコマンドを使って、LTI オブジェクトとして、 状態空間モデルを作成し、状態、入力、出力に名前を付けます。

states = { 'beta' 'yaw' 'roll' 'phi'};

inputs = {'rudder' 'aileron'};

outputs = {'yaw rate' 'bank angle'};

sys_mimo = ss(A,B,C,D,'statename',states,...

'inputname',inputs,...

'outputname',outputs);

sys_mimo と入力することで、LTI モデルを表示できます。 sys_mimo

a =

	beta	yaw	roll J	phi
beta	-0.0558	-0.9968	0.0802	0.0415
yaw	0.598	-0.115	-0.0318	0
roll	-3.05	0.388	-0.465	0
phi	0	0.0805	1	0

b =

	rudder	aileron
beta	0.0073	0
yaw	-0.475	0.0077
roll	0.153	0.143
phi	0	0

c =

	beta	yaw	roll	phi
yaw rate	0	1	0	0
bank angle	0	0	0	1

d =

rud	der a	aileron	
yaw rate	0	0	
bank angle	0	0	

Continuous-time model.

モデルは、2入力、2出力をもっています。単位は、beta(横すべり角)とphi(バンク角)ではラジアン、yaw(ヨーレート)とroll(ローレート)ではラジアン/秒です。方向舵と補助翼の偏向角の単位は度です。

SISO の場合、関数 tf を使って、伝達関数表現を導出できます。

tf(sys_mimo)

Transfer function from input "rudder" to output...

-0.475 s^3 - 0.2479 s^2 - 0.1187 s - 0.05633

yaw rate: -----

 $s^{4} + 0.6358 s^{3} + 0.9389 s^{2} + 0.5116 s + 0.003674$

0.1148 s^2 - 0.2004 s - 1.373

bank angle: -----

 $s^{4} + 0.6358 s^{3} + 0.9389 s^{2} + 0.5116 s + 0.003674$

Transfer function from input "aileron" to output...

0.0077 s^3 - 0.0005372 s^2 + 0.008688 s + 0.004523

yaw rate: -----

s⁴ + 0.6358 s³ + 0.9389 s² + 0.5116 s + 0.003674

0.1436 s^2 + 0.02737 s + 0.1104

bank angle: -----

 $s^{4} + 0.6358 s^{3} + 0.9389 s^{2} + 0.5116 s + 0.003674$

MIMO モデル伝達関数の作成

MIMO 伝達関数は、基本的な SISO 伝達関数の 2 次元配列です。MIMO 伝達関数 モデルを設定する 2 つの方法があります

•SISO 伝達関数モデルの連結

・セル配列を引数として、関数 tf を使う。

SISO モデルの連結

つぎの単入力、2出力の有理伝達行列を考えます。.

$$H(s) = \frac{\frac{s-1}{s+1}}{\frac{s+2}{s^2+4s+5}}$$

その SISO の要素を連結することにより、H(s)を設定します。たとえば

h11 = tf([1 - 1], [1 1]);

h21 = tf([1 2], [1 4 5]);

または、等価な表現として、

s = tf(s')

h11 = (s-1)/(s+1);

 $h21 = (s+2)/(s^2+4*s+5);$

は、つぎのようにして*H(s)*を連結により作成できます。

H = [h11; h21]

このシンタックスは、標準的な行列の連結と似ていますが、多くの入力、出力を もつ MIMO システムに対して、容易になり、読みやすくなります。LTI システ ム用の連結演算の詳細は、モデルの作成と取り扱いのモデルの内部結合関数を参 照してください。

セル配列を引数とする関数 tf の使用法

一方、関数 tf を使って、MIMO 伝達関数を定義するには、分子 多項式と分母多
 項式を表す 2 つのセル配列が必要となります。セル配列の詳細は、Using
 MATLAB の "構造体とセル配列 "を参照してください。

たとえば、有理伝達行列*H(s)*に対して、2つのセル配列NとDは、つぎのよう な多項式を要素とする行ベクトル表現をしています。

$$N(s) = \begin{bmatrix} s-1\\ s+2 \end{bmatrix} \qquad D(s) = \begin{bmatrix} s+1\\ s^2+4s+5 \end{bmatrix}$$

つぎのように入力して、MIMO 伝達行列H(s)を設定することができます。

N = {[1-1];[12]}; % N(s) 用のセル配列

D = {[11];[145]}; % D(s) 用のセル配列

H = tf(N,D)

Control System Toolbox は、つぎの出力を行います。

Transfer function from input to output...

```
s - 1
#1: -----
s + 1
#2: -----
s^2 + 4s + 5
```

二つのセル配列 N と D は、H と同じ次元である必要があります。一般的な MIMO 伝達行列 H(s) に対して、セル配列の要素 N{i,j} と D{i,j} は、伝達行列 H(s) の ijth 番目の要素 $H_{ii}(s)$ の分子と分母の行ベクトル表現になります。

MIMO システムの中の I/O のペアへのアクセスと取り扱い

MIMO システムを一度定義した場合、システムの入力 / 出力のペアを設定することにより、I/O のペアをアクセスしたり、取り扱うことができます。たとえば、 sys_mimo が 2 入力 3 出力をもつ MIMO システムとすると、

sys_mimo(3,1)

は、最初の入力を3番目の出力にマッピングしたサブシステムを抽出します。行 のインデックスは出力を、列のインデックスは入力を選択します。同様に

 $sys_mimo(3,1) = tf(1,[1\ 0])$

は、積分器のように最初の入力と3番目の出力の間の伝達関数を再定義します。
線形モデル配列

線形、時不変モデルの多次元配列を作成でき、それを単一要素として取り扱うことができます。たとえば、DCモータに対して、KbとKmパラメータを変更し、 結果の状態空間モデルを保存したい場合、つぎのコードを使います。

K = [0.1 0.15 0.2]; % Km と Kb のいくつかの値

A1 = [-R/L - K(1)/L; K(1)/J - Kf/J];

A2 = [-R/L - K(2)/L; K(2)/J - Kf/J];

A3 = [-R/L - K(3)/L; K(3)/J - Kf/J];

sys_lti(:,:,1)= ss(A1,B,C,D);

sys_lti(:,:,2)= ss(A2,B,C,D);

sys_lti(:,:,3)= ss(A3,B,C,D);

(注意:状態空間方程式でKがパラメータとなるように、KbとKmは同じでなければなりません。)入力数と出力数は、LTI配列で表されたすべての線形モデルで同じ数でなければなりません。しかし、LTI配列の中で、モデルごとに変更することができます。

LTI 配列 sys_lti は、K の各々の値に対する状態空間モデルをもっています。LTI 配列の内容を確認するには、sys_lti とタイプします。

Model sys_lti(:,:,1,1)

a =

	x1	x2
x1	-4	-0.2
x2	5	-10

Model sys_lti(:,:,2,1)

a =				
		1	•	
		XI	x2	
	x1	-4	-0.3	
	x2	7.5	-10	
·				
Mod	el sys_l	ti(:,:,3,1)		
Mod	el sys_l 	ti(:,:,3,1)		
Mod ====	el sys_l 	ti(:,:,3,1)		
Mod 	el sys_l =====	ti(:,:,3,1)		
Mod ===== a =	el sys_l =====	ti(:,:,3,1)		
Mod ===== a =	el sys_l =====	ti(:,:,3,1)	x2	
Mod ===== a =	el sys_1	ti(:,:,3,1) ======= x1 -4	x2 -0.4	
Mod ===== a =	el sys_1 x1 x2	ti(:,:,3,1) ======= x1 -4 10	x2 -0.4 -10	

3x1 array of continuous-time state-space models.

Control System Toolbox の中の他のオブジェクトと同じように、LTI 配列として取り扱うこともできます。たとえば、

step(sys_lti)

•



は、すべての3つの状態空間モデルのステップ応答図を作成します。

図 2-3: 3 モデルを含む LTI 配列の Step 応答

LTI 配列は、モデル全体について、バッチ処理するときに有効なものです。この 詳細は、複数モデルの取り扱いを参照してください

モデルの特性

Control System Toolbox は、I/O 次元、極、零点、DC ゲインのようなモデルの特性を照会するコマンドを用意しています。これらのコマンドは、連続時間モデルにも、離散時間モデルにも適用することができます。LTI ベースのシンタックスをつぎにまとめてみます。

コマンド	記述
size(model_name)	% 入力数と出力数
ndims(model_name)	% 次元数
<pre>isct(model_name)</pre>	% 連続システムの場合、1
<pre>isdt(model_name)</pre>	% 離散システムの場合、1
hasdelay(model_name)	% システムに遅れを含む場合、1
<pre>pole(model_name)</pre>	% システムの極
zero(model_name)	% システムの(伝達)零点
dcgain(model_name)	% DC ゲイン
norm(<i>model_name</i>)	% システムのノルム(H ₂ とL)
covar(<i>model_name</i> , W)	% 白色ノイズ入力に対する応答の共分散

テーブル 2-1: モデル特性リファレンスコマンド

線形モデルの結合

LTI モデルに簡単な行列演算、たとえば、加算、乗算、連結等を適用できます。 MATLAB のオブジェクト指向のプログラミング機能を利用しているため、これ らの演算は、LTI モデルに適用した場合、適切な機能性を仮定しています。たと えば、加算は、並列内部結合を行います。つぎのように入力します。

 $tf(1,[1\ 0]) + tf([1\ 1],[1\ 2]) \ \% \ 1/s + (s+1)/(s+2)$

そして、Control System Toolbox は、つぎの結果を作成します。

Transfer function

 $s^2 + 2 \ s + 2$

s^2 + 2 s

乗算は、直列内部結合を行います。つぎのように入力します。

2 * tf(1,[1 0])*tf([1 1],[1 2]) % 2*1/s*(s+1)/(s+2)

そして、Control System Toolbox は、つぎの結果を作成します

Transfer function:

2 s + 2

 $s^{2} + 2s$

オペランドがお互いに異なるタイプの場合、結果求まるモデルタイプは、優先 ルールに従って決定されます。この詳細は、優先ルールを参照してください。状 態空間モデルは最優先され、伝達関数が最も低い優先ルールです。そのため、状 態空間は常に状態空間で表せます。

他の有効な演算は、逆システム、転置、共役転置等を含んでいます。詳細は、モ デルの作成と取り扱いの代数演算を参照してください。Control System Toolbox は、サブシステムの抽出に行列様式のインデックス法をサポートしています。詳 細は、サブシステムの抽出と変更を参照してください。 また、関数 series を乗算に、関数 parallel を加算の代わりに使うこともできます。

テーブル 2-2: システムを結合するための同等な方法

演算	関数	伝達関数の結果
sys1 + sys2	parallel(sys1,sys2)	並列なシステム
sys1 * sys2	series(sys2,sys1)	カスケードなシステム

フィードバック結合

閉ループモデルを導き出すために、フィードバックや lft 関数を使います。例えば、

 $sys_f = feedback(tf(1,[1 0]), tf([1 1],[1 2]))$

は、Figure 2-4 に示されるようなフィードバックループで、rから y への閉ルー プ伝達関数を計算させます。結果として、以下が出力されます。

Transfer function:

s + 2

 $s^2 + 3s + 1$

この図はシステムの相互結合をブロック線図で示しています。



図 2-4: フィードバック結合

関数 lft を使って、より複雑なフィードバックシステム構造を構築できます。この 関数は、2つのシステムの線形分数変換を構築します。詳細は、参照ページを見 て下さい。

連続 / 離散の変換

コマンド c2d、d2c、d2d は、連続を離散に、離散を連続に、離散を離散(リサンプリング)に変換します。

sysd = c2d(sysc,Ts)% サンプル周期 Ts で離散化

sysc = d2c(sysd) % 等価な連続時間モデル

sysd1= d2d(sysd,Ts)% 周期 Ts でリサンプリング

種々の離散化 / 内挿法、ゼロ次ホールド (デフォルト)、一次ホールド、周波数 応答を比較する周波数点を設定した Tustin 変換、設定していない Tustin 変換、 零点 / 極の一致法、が利用できます。たとえば

sysd = c2d(sysc,Ts,'foh') % 一次ホールドを使用

sysc = d2c(sysd,'tustin') % Tustin 近似を使用

離散 DC モータモデル

関数 c2d を使い、適切なサンプル時間を使って、DC モータプラントを離散化し ます。適切なサンプル時間を選択するためには、達成したい性能、システム内で 最も速い応答を示す時定数、実行するコントローラのスピード等、いろいろな要 素が考慮されます。この例題では、0.01 秒の時定数を選択します。SS オブジェ クト sys_dc のコンストラクタについては、2-4 ページの "SISO 例題:DC モータ" を参照してください。

Ts=0.01;

sysd=c2d(sys_dc,Ts)

a =

x1 x2

x1 0.96079 -0.00027976

x2 0.006994 0.90484

b =

		u1	
	x1	0.01960	5
	x2 7	7.1595e-00	05
c =			
		x1	x2
	y1	0	1
d =			
		u1	
	y1	0	

Sampling time: 0.01

Discrete-time model.

ディジタル DC モータ用の離散時間伝達関数を調べるため、関数 tf を使って、モ デルを変換します。

fd=tf(sysd)

Transfer function:

7.16e-005 z + 6.833e-005

z^2 - 1.866 z + 0.8694

Sampling time: 0.01

モデル次数の低次元化

つぎのコマンドを使って、低次元化したモデルを作成します。

モデル次数の低次元化	
balreal	入力/出力の平衡化
minreal	最小実現または極零相殺
modred	I/O 平衡化実現での状態の削除
sminreal	構造的な最小実現

関数 minreal を使って、状態空間モデルの中の不可制御な状態ダイナミックスや 不可観測な状態ダイナミックスを削除したり、伝達関数や零点/極/ゲインモデ ルの極/零点の組をキャンセルします。関数 sminreal を使って、I/O 応答に影響 を与えない状態をモデルから削除します。既に最小化されたモデルでは、関数 balreal や modred を組み合わせて、モデル次数をさらに低次元化します。詳細に ついては、対応する関数のリファレンスを参照してください。

例題:気化装置モデル

この例題では、固体を気体に変換する装置である気化装置モデルを示します。も ともとのモデルは非線形です。線形化されたモデルを読み込むためには、 MATLAB プロンプトで、

load ltiexamples

とタイプします。気化装置の例は、変数 gasf に保存されます。

size(gasf)

とタイプすると、4出力、6入力、25状態の状態空間モデルを生成します。

モデル次数を低次元化する前に、pzmap(gasp)を行い、原点近くでズームインを 用いることで、極 / 零点の位置を調べます。プロット上でのズーム機能の使い方 が分からない場合には、4-28 ページの"ズーミング"の例を参照して下さい。

 Figure No.1
 □

 Eile Edit View Insert Tools Window Help

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □

 □
 □</td

下図が、結果を示します。

図 2-5: 気化装置の極 - 零点マップ(ズームイン)

モデルは、ほぼ極 - 零点相殺を示しているので、モデル次数の低次元化の候補となります。

SISO モデル次数の低次元化

モデル次数の低次元化ツールの説明として、この例題では気化装置の単入出力、 入力 #5 と出力 #3 に焦点を合わせています。

sys35 = gasf(3,5);

数値安定を図るために、ssbal でシステム実現をスケールします。

sys1 = ssbal(sys35);

そして、minrealを使い、不可制御や不可観測な状態ダイナミックスを削除します。

sys1 = minreal(sys1);

size(sys1)

とタイプすると、MATLAB は単出力、単入力、15 状態の状態空間モデルを生成します。

結果は、15次のシステムです。次のコマンドを使い、25次のモデルと低次元化 されたモデルの大きさや位相を比較します。

bode(sys35,sys1);

以下の図が、その結果を示しています。





図が示すように、応答には僅かな差異しかありません。

最後に、関数 balreal や modred を使って、I/O map に微妙に影響する状態を取り 除いてみて下さい。まず、平衡実現を試してみます。

[sys1,G] = balreal(sys1);

変数 G に保存された Hankel 特異値を見るには、書式 short e を使います。

G =

4.5468e+003

2.6009e+003

1.8601e+003

2.5140e+002

1.5081e+002

1.1993e+001

1.1524e+001

1.0940e+001

2.8766e+000

1.3706e+000

3.5426e-001

2.2556e-002

1.2496e-002

1.0725e-002

6.2703e-005

小さな Hankel 特異値は、干渉する状態があまりないことを示します。最後の5 状態(5つの最小 Hankel 特異値)を取り除いてみると分かります。

sys2 = modred(sys1,11:15); % 10 状態へ低次元化

size(sys2)

単出力、単入力、10状態の状態空間モデル

bode(sys35,sys2);

とタイプし、10次モデルと25次モデルの大きさや位相を比較します。



以下の図は、その結果を表わします。

図 2-7: 25 と 10 状態モデルの比較

図を見ると、周波数が 5rad/sec までは、よい一致を示しています。気化装置が低 帯域幅システムであり、モデルが低周波数帯で一致していることを考えると、十 分であると思われます。更に Hankel 値を取り除きます。低減化していくと、25 次モデルとのマッチングが劣化していきます。

MIMO モデル次数の低次元化

特定の入力・出力の組みに制限することはありません。以下のコードは、MIMO 気化装置モデルのモデル次数の低次元化を行います。

sys1 = ssbal(gasf) % スケーリング

% 最小実現演算とモデル平衡

sys2 = minreal(sys1); % 17 状態へ低次元化

[sys3,G] = balreal(sys2);

% modred を使って G の最小入力を捨てる

sys3 = modred(sys3,17); % 16 状態に低次元化

16 状態まで低減化すると、25 状態の MIMO モデルと比較して、低次元化された MIMO モデルは、劣化し始めます。更に低次元化して、どのチャネルが最も劣 化するかを確認してみて下さい。

MathWorks は、この例のために気化装置モデルの使用を認めてくれた ALSTOM Power UK に対して、感謝の意を表します。このモデルは、ALSTOM の気化装置 制御ベンチマークチャレンジの一部として、発表されました。詳細については、 Dixon, R., (1999), "Advanced Gasifier Control," *Computing & Control Engineering Journal*, IEE, Vol. 10, No. 3, pp. 93-96 をご覧ください。

3章

モデルの解析

はじめに..........................	3-2
例題:LTI Viewer	3-3 3-3 3-5 3-7 3-10 3-11 3-12
時間応答と周波数応答用のコマンド	3-17 3-17 3-19 3-22 3-23 3-26
Simulink LTI Viewer	3-29 3-29 3-30 3-37 3-41

はじめに

この章は、Control System Toolbox で用意されているツールを使って、モデルを 解析する手法を説明します。ここでは、線形、時不変システムの解析を簡素化す るグラフィカルユーザインタフェース (GUI) である、LTI Viewer の紹介から始め ます。

この章は、その後に、線形モデルの時間応答や周波数応答をプロットするために Control System Toolbox で用意されているコマンドについての説明を行います。 これらのコマンド群は、制御システムの解析のための、オープンで拡張可能な環 境を提供します。LTI Viewer が提供するものよりも、より柔軟性のあるものを必 要とする場合、これらのコマンドを使います。

最終的に、この章では、Simulink で使用する Simulink LTI Viewer についても議論 します。これらのツールを使って、モデル全体、または、一部の線形化、線形化 したモデルの解析、または、線形モデルと非線形モデルの比較を行います。

LTI Viewer は、線形モデルの応答図を表示したり、取り扱ったりする GUI です。 LTI Viewer を使って、線形モデルに関して、つぎのプロットを表示します。

- Step 応答と Impulse 応答
- Bode 線図と Nyquist 線図
- Nichols 線図
- 周波数応答の特異値
- 極と零点図
- 一般的な入力信号に対する応答
- 設定した初期状態からの自由応答 (SS モデルのみ)

時間応答と極/零点図は、TF、SS、ZPK モデルに対してのみ有効です。

LTI Viewer は、同時に種々のプロットタイプを6種類まで表示できます。また、 同時に、複数の線形モデルの応答図を解析することもできます。しかし、すべて のモデルは、同じ入力サイズと出力サイズでなければなりません。ユーザのモデ ルの入力数または出力数が等しくない場合、複数のLTI Viewer がオープンしま す。

例題:LTI Viewer



つぎの図は、2つの応答図を含む LTI Viewer を示しています。.

図 3-1: Step 応答と Bode 線図をもつ LTI Viewer

つぎの節は、LTI Viewer へのシステムの読み込み方法やカスタマイズ方法を示し ます。

例題:DC モータの時間応答と周波数応答

ページ 2-4 の "SISO 例題: DC モータ"と名付けた節は、DC モータの例題を説明 しています。この例題を、まだ作成していない場合、MATLAB のプロンプトに つぎのように入力して下さい。

load ltiexamples

これにより、sys_dc と呼ばれる DC モータの状態空間表現を含んで、いくつかの LTI モデルをロードします。

LTI Viewer をオープン

LTI Viewer をオープンするには、つぎのように入力します。

ltiview

このコマンドにより、デフォルト状態で、空の Step 応答図ウインドウをもつ LTI Viewer をオープンします。

モデルを LTI Viewer に読み込む

DC モータモデルを読み込むため、ファイルメニューのインポートを選択しま す。これにより、LTI Browser をオープンし、MATLAB ワークスペース内で利用 できるすべてのモデルをリストアップします。

🛃 LTI Brows	er	×
	Select the systems to import	
Name	Size	Class
G Gcl1 Gcl2 Gcl3 Gservo clssF8 frdF8 frdG m2d ssF8 svs dc	1x1 1x1 1x1 1x1 1x1 2x2 2x2 2x2 1x1 4-D 2x2 1x1	tf tf tf zpk ss frd frd tf ss
	K.	7
OK	Cancel Help	Apply

図 3-2: DC モータモデルを選択した LTI Browser

利用可能なモデルリストから sys_dc を選択し、OK をクリックして、ブラウザを 閉じます。これにより、DC モータモデルを LTI Viewer に読み込むことができま す。

同時にふたつ以上のモデルを選択する場合は、以下に従います。

- 個々の(隣接していない)モデルを選択するためには、ひとつのモデルを選択し、追加するモデルを選択する間、Ctrlキーを押しつづけます。モデルの 選択を解除するためには、Ctrlキーを押しつづけながら、ハイライトされたモデル名をクリックします。
- 隣接したモデルを選択する場合、最初のモデルを選択し、Shift キーを押しつ づけたまま、リストから選択したい最後のモデルを選びます。



つぎの図は、DC モータ例題の Step 応答をもつ LTI Viewer を示しています。

図 3-3: LTI Viewer 内の DC モータの例題に対する Step 応答

また、LTI Viewer をオープンし、MATLAB プロンプトから直接 DC モータの例 題を読み込むこともできます。

ltiview('step', sys_dc)

オプション関連の一覧については、Itiview のリファレンスページを参照してく ださい。

右クリックメニュー

LTI Viewer は、ユーザのマウスの右クリックにより、コントロールやオプション にアクセスすることができます。モデルを LTI Viewer に読み込むと、右クリッ クメニューを使って、つぎの事柄が実行できます。

- 新しいプロットタイプの選択 Step, Impulse, Bode, Nichols 等々
- プロット対象のシステムの選択(カレントを変更したり、カレントに付加) -ユーザは、LTI Viewer 内に読み込んだ任意のシステムを選択できます。

- ユーザのプロットに、説明を付加 選択したプロットに依存して、ピーク応答、立ち上がり時間、安定余裕等が対象になります。
- 拡大、縮小
- グリッドの付加
- プロパティエディタを開く

🥠 Proper	ty Editor: Step Response 📃 🗖 🗙
Labels	Limits Units Style Characteristics
_Text	
Title:	Step Response
X-Label:	Time (sec)
Y-Label:	Amplitude
	Close Help

このエディタを使って、プロットの属性をカスタマイズできます。プロパティ エディタの詳しい記述については、Control System Toolbox のオンラインド キュメント "Setting Plot Properties and Preferences" を参照してください。 または、プロットの空白部をダブルクリックしてプロパティエディタを開く ことができます。

例題:Step 応答の立ち上がり時間

たとえば、DC モータの Step 応答の立ち上がり時間を見るには、マウスの右ク リックを行い、つぎに示すように、**特徴**の下の**立ち上がり時間**を選択してくださ い。



図 3-4: Step 応答に対して、立ち上がり時間の表示

立ち上がり時間は、Step 応答の定常状態値の 10% から 90% までに要する時間の 総量です。



LTI Viewer は、Step 応答に対する立ち上がり時間を計算し、表示します。

図 3-5: 立ち上がり時間を表示した DC モータの Step 応答

プロット上で、任意のプロット特性にマークした値を表示するには、マーカ上を クリック します。

これにより、必要な情報が表示された*データマーカ*をオープンします。データマーカの「表示を保つ」場合には、点上で左クリックします。



たとえば、つぎの図は、DC モータの Step 応答の立ち上がり値を示しています。

図 3-6: ユーザのマウスを使って、立ち上がり時間値の取得

特定のプロット上の任意の位置を左クリックして、その点での応答値を見ること ができることに注意してください。しかし、立ち上がり時間値を見たい場合は、 マーカ上をクリックする必要があります。

データマーカについての詳細については、ページ 3-22の"データマーカ"を参照し てください。

LTI Viewer の中のプロットタイプの変更

LTI Viewer の中で、右クリックメニューを使って、他のプロットを見ることがで きます。たとえば、DC モータモデルの開ループ Bode 線図を見たい場合、表示 方法を選択し、右クリックメニューからボードを選択します。



図 3-7: DC モータの Step 応答を Bode 線図に変更



ボードを選択すると、DC モータのモデルに対して、Step 応答が Bode 線図に変わります。

図 3-8: DC モータモデルの Bode 線図

LTI Viewer に別の応答タイプを付加

たとえば、Step 応答と Bode 線図を同時に見たい場合、LTI Viewer を作り直す必要があります。単一 LTI Viewer 内で異なる応答を見るには、編集メニューのプ

ロットの設定メニューを選択します。これにより、**プロットの設定**ダイアログ ボックスがオープンします。



図 3-9: プロットの設定ダイアログボックスを使って、LTI Viewer を再構築します。

一つのビューワ内で、6つのプロットを選択することができます。右端のメニューの8種類のプロットタイプから、応答タイプを選択することができます。

- ステップ(Step)
- インパルス (Impulse)
- $\vec{\pi} \vec{F}$ (Bode (magnitude and phase))
- ボードゲイン (Bode Magnitude (only))
- ナイキスト (Nyquist)
- ニコルス (Nichols)
- 特異値 (Sigma)
- 極 / 零点 (Pole/zero)

複数のモデルの比較

この節は、一つの LTI Viewer の中に複数のモデルをインポートする方法と、それらの取り扱いの方法を示します。たとえば、システムを制御する補償器を設計する場合、LTI Viewer を使って、閉ループの Step 応答や Bode 線図を比較することができます。

閉ループ伝達関数モデルのサンプルセットが、Itiexamples.mat と名付けた MAT-ファイルにセーブされています。

load ltiexamples

と入力することで、伝達関数を読み込めます。3つの閉ループ伝達関数モデル、 Gc11、Gc12、Gc13が、人工衛星の高さの制御用として読み込めます。

この例題では、Gc11 伝達関数とGc12 伝達関数の応答図を解析します。

複数のプロットを含む LTI Viewer の初期化

LTI Viewer の中の2つのモデル Gc11 と Gc12 をロードするには、ファイルメ ニューのインポートを選択して、LTI プラウザに表示されるモデルから選択しま す。ページ 3-4 の"モデルを LTI Viewer に読み込む"を参照してください。必要な 場合、プロットの設定ダイアログボックスを使って、2つのシステムの Step 応 答と Bode 線図を表示するビューワを再度作成することもできます。これに関す る詳細はページ 3-11 の"LTI Viewer に別の応答タイプを付加"を参照してくださ い。

また、二つのシステムと Step 応答、Bode 線図をもつ LTI Viewer をオープンする こともできます。つぎのように、入力してください。

ltiview({'step';'bode'},Gcl1,Gcl2)

この例題では、Gc11 伝達関数と Gc12 伝達関数の応答図を解析します。どちらかの方法を使って、つぎの LTI Viewer をオープンすることができます。



r.

図 3-10: 単一 LTI Viewer 内に複数の応答図を表示

右クリックメニュー:応答特性を得る

この例題の中の Step 応答上に整定時間をマークするには、つぎのように行って ください。

- Step 応答図のプロット領域の任意の位置を右クリックします。プロット領域内に右クリックメニューの一覧が表示されます。
- 特徴メニューアイテム上にマウスポインタを移動して、左マウスボタンで整 定時間を選択してください。

この例題の中で、Bode 線図の応答の安定余裕を示すには、右クリックメニュー をオープンして、特徴メニューアイテムの安定余裕(最小)を選択してください。

つぎのようになります。



図 3-11: 応答特性を付加した複数の応答を示す図

最小安定余裕は Bode 位相図上に点で表示されます。システムのゲイン・位相余 裕を見たい時には**特徴**メニューの下の**安定余裕** を選択します。

LTI Viewer 内のモデルの変更

複数のモデルをインポートした場合、右クリックメニューを使って、LTI Viewer の中にプロットされているモデルのいずれかを選択したり、選択状態から外すこ とができます。たとえば、ビューワ内に3つのモデルをインポートしている場 合、希望する3つの組み合わせを種々に選択することができます。

```
s=tf('s');
sys1=1/(s^2+s+1);
sys2=1/(s^2+s+2);
sys3=1/(s^2+s+3);
```

つぎの図は、右クリックメニューオプションを使って、3つのモデルの2番目の ものを選択対象から除去する方法を示しています。



図 3-12: 右クリックメニューを使って、プロットしているシステムを選択 / 非選択を行う

システムメニューは、インポートしたすべてのモデルを表示します。システム名の左側にあるチェックマークを表示することにより、システムでは、選択状態になります。

時間応答と周波数応答用のコマンド

Control System Toolbox は、広範囲なアプリケーションで利用できる GUI、LTI Viewer を用意しています。しかし、よりオープンで拡張性のある環境が必要と される場合があります。Control System Toolbox は、制御システムエンジニアリ ングで使用する基本的な時間領域、周波数領域での解析図を作成するコマンドを 用意しています。これらのコマンドは、種々の線形モデル(連続系、離散系、 SISO、MIMO、モデルからなる配列)に適用できます。ただし、FRD モデルに は、周波数領域解析コマンドのみしか適用できません。

GUIを使った環境を希望する場合は、LTI Viewerを使ってください。一方、つぎのような場合、コマンドを使ってください。GUIを使った環境を希望する場合は、LTI Viewerを使ってください。一方、つぎのような場合、コマンドを使ってください。

 クイックショートカットを必要とする場合:たとえば、Step 応答のみが欲しい 場合、つぎのように実行することで、LTI Viewer をオープンして、モデルをイ ンポートし、応答を作成するより、迅速に対応できます。

step(model_name)

 カスタマイズプロットを作成する場合:モデルに関係ないデータを含ませる 場合、LTI Viewerの代わりに、コマンドを使わなければなりません。

つぎの節では、時間応答コマンドや周波数応答コマンドについて、また、これら のコマンドを使って、線形モデル応答のカスタマイズした図を作成する方法を議 論します。

時間応答と周波数応答

時間応答は、入力や外乱の特殊なクラスに対して、線形モデルの時間領域での過渡的振る舞いを調べます。ユーザは、時間応答から、立ち上がり時間、整定時間、オーバシュート、定常偏差のようなシステムの特性を決定することができます。Control System Toolbox は、Step 応答、Impulse 応答、初期値応答、一般的な線形シミュレーション用の関数を用意しています。関数 lsim と randn(ランダム入力ベクトルを作成するために、*Using MATLAB*を使って、白色ノイズ入力の応答をシミュレーションできます。

時間応答コマンドに加えて、Control System Toolbox は、周波数応答プロット用のコマンドも提供しています。これらのコマンドを使って、つぎの図を作成できます。

- Bode 線図
- Nichols 線図
- Nyquist 線図
- 特異値プロット

加えて、関数 margin は、与えられた SISO 開ループモデルに対して、ゲイン余裕 と位相余裕を決定します。これらの関数は、単一の線形モデルまたは LTI 配列 にも適用できます。

つぎのテーブルは、利用可能な時間応答関数と周波数応答関数の名前と内容です。

	⇒ ¥ <i>4</i> m	

ま31. 周油数広なと時間広なのコマンド

コマンド	詳細
bode	Bode 線図の計算
evalfr	単一複素周波数で、周波数応答を計算 (FRD モデル用で はありません)
freqresp	周波数群に対する周波数応答を計算
gensig	入力信号発生器 (関数 lsim 用)
impulse	Impulse 応答
initial	初期値応答
lsim	任意の入力に対する応答のシミュレーション
margin	ゲイン余裕と位相余裕の計算
nichols	Nichols線図の計算
nyquist	Nyquist 線図の計算
pzmap	極 - 零点図の計算
step	Step 応答

関数 step,impulse,initial は、時間応答プロット用に適切なシミュレーション平面 を自動的に作成します。このシンタックスは、つぎのようになります。

step(<i>modelname</i>) impulse(<i>modelname</i>)	
initial(modelname,x0)	% x0 = 初期状態ベクトル
ここで、modelname は、	連続または離散の LTI モデルまたは LTI 配列です。
周波数応答プロットは、	適切な周波数レンジを自動的に生成します。

例題:MIMO モデル応答のプロット

MIMO モデルに対して、時間応答や周波数応答のコマンドは、I/O チャンネル毎 に一つの図をもつプロットの配列を作成します。たとえば、

h = [tf(10,[1 2 10]), tf(1,[1 1])]step(h)

は、つぎのプロットを作成します。



図 3-13: MIMO モデル用の Step 応答

シミュレーションの時間軸は、モデルのダイナミクスをベースに自動的に決定されます。シミュレーションの最終時間を設定することにより、この自動モードを 無効にできます。

step(system,10) % 0 秒から 10 秒をシミュレートする

または、等間隔の時間サンプルのベクトルを設定することによっても無効にでき ます。

```
t = 0:0.01:10 % % 0.01 秒間隔の時間サンプルベクトル step(h,t)
```

右クリックメニュー

すべての時間応答や周波数応答のコマンドは、プロットをカスタマイズできるように右クリックメニューが提供されています。この図は右クリックメニューを オープンした、ページ 3-19 の "MIMO モデル用の Step 応答" からのプロットを示 しています。



図 3-14: Step 応答プロットで右クリックメニューを使用

選択可能なオプションは、

- システム (Systems) 応答プロット作成時に使用したモデルを選択、または選 択から外します。
- 特徴 (Characteristics) プロット情報を追加します。選択可能な特徴は、プロットに応じて変化します。例えば、Bode プロットは安定余裕が選択可能ですが、step 応答では立ち上がり時間や常状態値が選択可能です。
- Axis のグループ化 (Axes Grouping) プロットのグループ化を変更します。選 択可能なオプションはすべて、なし、入力、出力です。すべてのプロットを一 緒にグループ化したり、別々のプロット領域に置いたり、入力や出力を一緒 にグループ化できます。
- ・ I/O セレクタ (I/O Selector)— I/O セレクタ ウィンドウを開きます。

2	I/O Se	elector: st 💶 🗙		
	[all]	U(1)	U(2)	
	Y(1)	•	•	
	[Close	Help	

このウィンドウを使ってプロットする入力(inputs)・出力(outputs)を選択したり、選択から外したりします。

- ・ズーム (Zoom) プロット領域のズームイン、ズームアウト。
- ・ グリッド (Grid) グリッドのプロットへの追加。
- プロパティ(Properties)— プロパティエディタをオープンし、プロットの様々な属性をカスタマイズするために使います。プロパティエディタの詳しい記述については、Control System Toolboxのオンラインドキュメント "Setting Plot Properties and Preferences"を参照してください。

または、応答プロットの空白部をダブルクリックしてプロパティエディタを 開くことができます。

データマーカ

右クリックメニューに加えて、Control System Toolbox はデータマーカを提供して います。これらにより、プロット上でキーデータポイント認識できます。図 3-13 と同じプロットを使ったこの図は、プロット上にマーカを表示します。



図 3-15: データポイントを認識するためにプロットマーカを使う

以下の方法で、データマーカを保存できます。

- マーカのコーナーの黒い部分をつかむ
- マウスでマーカをドラッグする

time と amplitude の値はマーカの動きに合わせて変化します。これは、プロット 特徴を表示するマーカ(例. ピーク値や立ち上がり時間)には適用されまりませ ん。プロット特徴データのマーカの場合には、カーソルをアクティブな特徴を示 す点上に置くことで見ることができます。データマーカの「表示を保つ」には、 マーカ上で左クリックします。
注意 データマーカは SISO Design Tool には適用されません。SISO Design Tool ウィンドウの下にある状態パネルにプロット特徴データを表示します。

右クリックメニュー

データマーカ上の右クリックでマーカのプロパティメニューをオープン。

FontSize	⊁
Alignment	⊁
Interpolation	۲
Raise	
Delete	

マーカのプロパティオプションは、

- ・フォントサイズ (Font size) --- フォントサイズを変更します。
- アライメント (Alignment) マーカ位置を変更します。選択可能なオプション は右上、左上、右下、左下です。
- 補間 (Interpolation) デフォルトでは、データマーカはプロットカーブ点間で線 形に補間される。プロットカーブ上の近似点にマーカをスナップさせるには、なし を選択します。
- 表示を保つ(Raise)—2つのマーカが重なった場合、表示を保つで選択した マーカを前に持ってきます。
- 削除(Delete)—選択したマーカを削除します。また、プロット領域でなにもないところを左クリックして、プロットのなかのすべてのマーカを削除できます。

マルチシステムのプロットと比較

単一プロット上に複数の連続線形モデルまたは複数の離散線形モデルの応答をプロットするために、コマンドラインで、応答プロットの関数を使用します。それ を行うため、入力として、モデルのリスト sys1,...,sysN を使って、対応するコマンドライン関数を引用します。

```
step(sys1,sys2,...,sysN)
impulse(sys1,sys2,...,sysN)
```

...

bode(sys1,sys2,...,sysN)
nichols(sys1,sys2,...,sysN)
...

応答プロット関数 (sigma を除く) の任意の引数リストの中で、すべてのモデル は、同じ入力数と同じ出力数をもっていなければなりません。個々のプロットを 簡単に見分けるためには、plot コマンドを使うように各システムに対して、異な るカラー / ラインスタイル / マーカを使うことです。たとえば、

bode(sys1,'r',sys2,'y--',sys3,'gx')

は、sys1 を実線の赤、sys2 を破線の黄、sys3 を x 印の緑で表します。

同じプロット上で複数のモデルの応答をプロットできます。これらのモデルは、 すべてが連続システムまたはすべてが離散システムである必要はありません。

例題:連続システムと離散システムの比較

つぎの例題は、連続モデルとそれをゼロ次ホールド離散化したものとを比較しています。

sysc = tf(1000,[1 10 1000]) sysd = c2d(sysc,0.2) % 0.2 秒で、ZOH サンプル

step(sysc,'--',sysd,'-') % Step 応答を比較



これらのコマンドを実行することで、つぎのプロットを作成できます。

図 3-16: 続モデルとそれを離散化したものとの比較

つぎのコマンドを使って、2つのシステムの Bode 線図を比較します。

bode(sysc,'--',sysd,'-') % Bode 線図の比較

つぎの図を表示します。



図 3-17: 連続モデルとそれを離散化したものとの Bode 線図の比較

連続系の応答と離散系の応答の比較は、連続系のドラスティックなアンダサンプ リングを示しています。特に、エリアジングにより 30 rad/sec 近傍での連続時間 での共振が隠され、離散時間応答に隠れた振動が存在します。

カスタムプロットの作成

時間応答コマンドと周波数応答コマンドは、カスタムプロットを作成するために 利用することができます。異なるデータビューを使って、モデル応答をミックス することができます。線形モデル応答と他のデータプロットとを " ミックスと マッチ " 操作させたい場合、LTI Viewer を使うことはできません。そのため、つ ぎに示す手法を使わなければなりません (たとえば、subplot コマンド)。

例題:カスタムプロット

たとえば、つぎの一連のコマンドは、Bode 線図、Step 応答、極 / 零点図やある 付加したデータを単一フィギュアウインドウに表示します。

h = tf([4 8.4 30.8 60],[1 4.12 17.4 30.8 60]); subplot(221) bode(h) subplot(222) step(h) subplot(223) pzmap(h) subplot(224) plot(rand(1, 100)) % ここでは、どんなデータも可 title(Some noise')

つぎの図と同じような図が表示されます。



図 3-18: 一つのウインドウ内にプロットされるモデルデータとノンモデルデータの例題

plot、subplot、hold や一般的なデータをプロットする他のオプションの詳細は、 Using MATLAB の "プロットの作成 " を参照するか、または、MATLAB 関数の中 の各関数の説明を参照してください。これらのドキュメントは、共に、Help Desk の中のオンラインヘルプから利用できます。

注意 図 3-18 (bode, step, and pzmap)の中の応答解析関数で作成できる個々のプロットは、右クリックメニュー(LTI Viewer 内のものと同様)を使います。右クリックメニューがアクティブな場合、プロット領域内にマウスを置き、右クリックを行います。メニューの内容は、選択しているプロットタイプに依存します。

Simulink LTI Viewer

Simulink を使っている場合、Simulink LTI Viewer を使うことができます。これ は、Simulink モデルのある部分を線形解析する LTI Viewer バージョンです。

Simulink LTI Viewer は、つぎの特徴をもっています。

- Drag-and-drop ブロック:ユーザが解析したい Simulink モデルの入力と出力の位置を認定する。
- Simulink モデルがLTI Viewerの中で解析するために線形化するためのオペレーション条件を設定できます。
- LTI Viewer 内で使用できるすべての時間応答、周波数応答解析ツールにアクセ スできます。
- オペレーション条件またはあるモデルパラメータ値のいずれかを変更することで得られるモデル群を比較します。

Simulink LTI Viewer の使用

Simulink LTI Viewer について学ぶため、この節は、例題を示して、F14 ジェット 戦闘機の Simulink モデルの一部を線形化する方法を示します。F14 戦闘機モデル をオープンするため、MATLAB プロンプトで、つぎのように入力します。

f14

つぎの図が表示されます。



図 3-19: F14 戦闘機のピッチ軸の非線形モデル

この Simulink モデル、f14 は、静的な非線形性を含んでいます。Simulink LTI Viewer を使って、このモデルの線形化バージョンを解析します。

線形モデルと非線形モデルの比較

Stick Input と Pitch Rate q 間の線形化された Step 応答とオリジナルの非線型モデルの Step 応答とを比較しましょう。

この種の解析を実行する基本的な手法が、この章の残りの部分で記述されており、F14の例題についても詳しく解説されています。

Simulink LTI Viewer をオープン

f14 Simulink モデルにリンクしている Simulink LTI Viewer をオープンします。

- 1 Simulink モデル上のツールメニューに行きます。
- 2 線形解析を選択します。

線形解析を選択して、2 つの新しいウインドウ、空の Simulink LTI Viewer ウイン ドウと Model_Inputs_and_Outputs と名付けた Simulink ダイアグラムをオプーンし ます。これは、Input Point と Output Point ブロックを含んだものです。

つぎの図は、Model_Inputs_and_Outputs ダイアグラムのオープン方法を示しています。



図 3-20: Simulink から Model_Inputs_and_Outputs をオープン

つぎの節は、線形化されたモデルに対して、入力と出力の選択法を示します。

Simulink モデルの解析したい部分の設定

Simulink モデルの解析したい部分を設定するため、Model_Inputs_and_Outputs ウインドウの Input Point ブロックと Output Point ブロックを使って、Simulink モ デル上に入力信号と出力信号をマークします。これにより、LTI Viewer を使っ て、線形化したり、解析する入力 / 出力の関係を定義します。ユーザのモデルの この線形化する部分は、*解析モデル*と呼ばれます。

ユーザの解析モデルに、入力信号と出力信号を割り当てるため、ユーザの Simulink ダイアグラムの中の対応する信号ライン上に Input Point と Output Point ブロックを挿入します。

F14 Simulink モデルの解析モデルを設定しましょう。

- 1 Stick Input へ繋がっているライン上に Input Point ブロックを挿入します。
- 2 q でラベリングされているライン上に Output Point ブロックを挿入します。



つぎの図は、f14 モデルに、線形化用の入力点と出力点を付加する手順を示しています。



解析モデルを設定するために、Input Point ブロックと Output Point ブロックを使用する場合に、つぎの事柄に注意してください。

- Simulink モデル内の任意のスカラ信号ラインやベクトル信号ライン上に Input Point ブロックや Output Point ブロックを配置することができます。ただし、 Power System Blockset の中のブロックに結線されている信号ラインは除きま す。
- Simulink モデルの階層構造の中の異なるレベルに対しても、Input Point ブロックや Output Point ブロックを挿入することができます。
- ユーザが使用可能なブロック数に制限はありません。ユーザのモデルの中に 多入力または多出力がある場合、プロット領域内を右クリックすることで、 利用できるシステムメニューでリストされる各 I/O システムを求めます。

デフォルトの操作条件

操作条件は、解析モデルの線形化を行う状態値と入力値です。初期条件は、時刻 t=0での状態値と入力ベクトルです。デフォルトにより、Simulink は、初期条件 をゼロにしています。初期条件を設定する方法は、Using Simulink マニュアルを 参照してください。

デフォルトで、Simulink LTI Viewer は、操作条件が Simulink モデルでの初期条件 設定であることを仮定します。F14 の例題では、初期条件と操作条件はゼロであ ると仮定しています。しかし、ユーザが必要とする任意の操作条件を選択するこ とができます。詳細は、ページ 3-41 の"操作条件の設定"を参照してください。

線形解析

ユーザの解析モデルを設定し、操作条件を設定すると、Simulink LTI Viewer を 使って、解析を始めることができます。 線形化を行って、LTI Viewer にユーザの線形化したモデル f14 をインポートし、 LTI Viewer 上の Simulink メニュー上の**線形化したモデルの取得**を選択します。 これにより、つぎの応答図を得ることができます。



図 3-22: 線形化した F14 モデルの Stick Input から Pitch Rate までの Step 応答

LTI Viewer の Simulink メニューの線形化されたモデルの取得を選択する度に、 LTI Viewer は、再度モデルを線形化し、新しい解析モデルをビューワで利用可能 なモデルリストに加えます。Simulink LTI Viewer は、線形化したモデルの履歴を 維持し、異なるパラメータのモデルの比較に有効です。

右クリックボタンを使って、LTI Viewer内の線形化されたモデルを可視化した り、プロットタイプを変更することができます。

線形 F14 モデルと非線形 F14 モデルの Step 応答の比較

線形モデルと非線形モデルの Step 応答を比較するには、オリジナルの(非線形)f14 モデルの Step 応答を作成する必要があります。つぎのステップに従って、 作成することができます。

 Signal Generator ブロックを Step ブロックと置き換えます。そして、ブロックパ ラメータステップ時間を0 にします。

- 2 ブロック線図上で、Scope ブロックを q(pitch rate) でラベル付けされたラインに 付加します。
- 3 ブロックパラメータダイアログボックスのサンプル時間に3秒を設定します。
- 4 モデルを実行します。

Pitch Rate Scope ブロックへの出力は、この図の左端に表れています。



図 3-23: 非線形 F14 モデルと線形 F14 モデルの Stick Input から Pitch Rate までの Step 応 答の比較

これらの二つのグラフを示すことにより、線形モデルまたは非線形モデルの応答 が非常に一致していることがわかります。

線形化モデルの Bode 線図

Simulink LTI Viewer を使って、種々のコントローラの Bode 線図を比較できます。 たとえば、下に示す F14 コントローラのゲイン Ki を変更し、Bode 線図のゲイン 応答を比較します。



図 3-24: F14 コントローラ

F14 モデルの開ループ Bode 線図

開ループ解析モデルを指定して、モデル上で、Simulink で線形化を行う方法を理 解することが必要になります。Simulink モデル上で、Input Point ブロックと Output Point ブロックの配置により、現在の結線を切断したり、ある要素を孤立 化させることはできません。

たとえば、つぎの簡単なダイアグラムを考えます。



Input Point ブロックや Output Point ブロックの位置をベースに、これらのブロッ クにより設定できる解析対象のモデルは、プラントモデル P と考えられます。 しかし、フィードバックループにより、この解析モデルは、閉ループ伝達関数 P/(1 + PK) になります。

開ループプラント P を解析したい場合、ループをオープンにする必要があります。たとえば、Sum ブロックと Input Point ブロック間の線を切断します。

デフォルトでは、Simulink LTI Viewer は、Input Point ブロックと Output Point ブロックとの間にフィードバックループを含んでいる場合は、常に、閉ループ解析 を行います。開ループ Bode 線図を得たい場合、フィードバックラインを削除す ることで、モデル内のフィードバックパスをオープンする必要があります。

F14の例題において、開ループモデルを作成する一つの方法は、F14 コントロー ラと繋がっているピッチレート q、アタック角 Alpha からのフィードバックライ ンを削除することです。つぎの図は、フィードバックパスを削除した f14 モデル を示しています。



図 3-25: ピッチレート q とアタック角 Alpha をもつ F14 モデルで、フィードバックパスを 削除したもの

フィードバックパスを一度削除すると、線形化した開ループ解析を実行できま す。

Simulink LTI Viewer 内で、Bode 線図の比較

Simulink LTI Viewer は、プロットの履歴を維持しているので、K1 を変化させて、 Bode 線図を比較することができます。ユーザが K1 を変化させて、Simulink メ ニューの線形化されたモデルの取得を選択し、ビューワに新しいプロットを表示



できます。つぎの図は、3 種類の K1 の値に対する開ループ Bode 線図を示しています。

図 3-26: 3 種類の K1 値に対する開ループの Bode 線図

この例題は、あるパラメータに種々の値を設定して、その Bode 線図を比較する ものです。しかし、比較のために、ユーザの解析モデルの他のパラメータを変更 することもできます。これらの要素は、つぎのものを含んでいます。

- 解析モデルパラメータ
- 操作条件
- Input Point ブロックと Output Point ブロックの位置

解析モデルのセーブ

線形化されたモデルの取得を選択する度に、得られる解析モデルは、Simulink LTI Viewer のワークスペースにのみ保存されます。これらのモデルをメインの MATLAB ワークスペースにセーブするには、Simulink LTI Viewer のファイルメ ニューからエクスポートを選択してください。

🚺 LTI Viewer Export 選択した解析モデルを Export List Export to Disk MATファイルで f14 1 **A** f14_2 f14_3 Export to Workspace 保存します。 選択した解析モデルを Cancel MATLAB ワークスペースに Help 保存します。 Simulink LTI Viewer ワークスペース $\overline{\mathbf{v}}$ 上でカレントの解析モデルをすべて Show: All 表示します。 •

下に示す選択した**エクスポート**ウインドウがオープンします。

図 3-27: LTI Viewer ワークスペースから解析モデルをエクスポート

モデルを MAT ファイルでセーブすると、MATLAB はファイルに名前を付ける ように要請します。ファイル内の変数名は、エクスポートリストから選択したも のと同じです。ユーザがそれらをセーブした後、これらの変数名を変更すること もできます。

Input Point と Output Point の削除

Simulink モデルから Input Point や Output Point を削除する 2 つの方法があります。

- 個々に行う: Input Point ブロックや Output Point ブロックを選択して、Simulink ブロックを削除する方法と同様な方法で削除します。
- 2 一括処理:LTI Viewer の Simulink メニューから Remove Input/Output Point を選択 して、すべての Input Point ブロックと Output Point ブロックを削除します。

Input Point ブロックや Output Point ブロックを削除する場合、対象となるブロックに関連したラインは、自動的に再結線されます。

操作条件の設定

Simulink モデル内に非線形要素を含む場合、線形化されたモデルの取得を選択すると、Simulink LTI Viewer は、自動的に線形化を行います。Simulink LTI Viewer

は、Simulinkダイアグラムでデフォルトとして設定している初期状態の値を、ダ イアグラムの状態に対する線形化点として利用します。選択に関して、操作条件 に関する線形化のオプションももっています。

ゼロ状態で線形化したい場合、または、他の状態や入力操作条件で線形化したい 場合、線形化されたモデルの取得を選択する前に、Operating Point ダイアログ ボックスの中の希望する操作点を選択する必要があります。

Simulink メニューの**線形化点の設定**を選択して、Operating Point ダイアログ ボックスをオープンします。つぎの図は、オープンした Operating Point ダイア ログボックスを示しています。

初期状能の値を	Operating Point: f14		
Simulink のダイア グラムから取得し――	^{IEIC} ダイア 取得し──► ^C Initial states in Simulink diagram		
て使用します。こ れがデフォルト設 定となります。 /	C Zero state values C User-defined state values		
線形化毎に初期値─── をゼロ(zero)に セットします。 /			
状態を Value fields で特定した値に セットします。こ のオプションの選 択では,Value field に状態値を指定し ます。各 state はぞ れぞれの field を	4. f14/Controller/Alpha-sensor Low-pass Filter 0 5. f14/Dryden Wind Gust Models/W-gust model(1) 0 6. f14/Dryden Wind Gust Models/W-gust model(2) 0 7. f14/Controller/Stick Prefilter 0 8. f14/Controller/Pitch Rate Lead Filter 0 9. f14/Dryden Wind Gust Models/Q-gust model 0 10Proportional plus integral compensator 0		
付つしいより。	Help OK Cano	cel	

図 3-28: 線形化を行う点を変更するための Operating Point ダイアログボックス

デフォルトの操作点の挙動を変更するには、つぎのステップで行います。

- ラジオボタン(線形化について)を変更して、つぎのどちらかの方法で、デ フォルトを変更できます。
 - 線形化用のすべての状態値をゼロにします。
 - 線形化用にユーザ自身の状態値を設定します。

 2 値のフィールドを使って、Operating Point ウインドウにリストされている各 入力(や状態)に対する操作点の状態を設定します。状態値がゼロラジオボタ ンを選択すると、状態を設定することはできません。

新しい操作条件を選択すると、OK を押してください。つぎの図が表示されます。

🐠 Sim	ulink LTI Viewei	i i		×		
The operating point has changed.						
?	Do you want to generate a new linear model of the Simulink diagram about this point?					
	Yes	No	Cancel			
	Yes	NO	Lancel			

はい(Yes)を押すと、プロセスは初期化されます。

つぎの事柄に注意してください。

- Operating Point ウインドウにリストされた入力は、Simulink モデルのトップレベルでの Input ブロックに対応します。
- Simulink ダイアグラム内のすべての状態と入力は、Operating Point ウインドウ にリストされるもので、ユーザの解析モデルに関連したものではありません。
- 操作点の条件を変更したい場合、ユーザの解析モデルに関連した値のみを変更してください。
- Operating Point ウインドウがユーザ定義の状態値モードにある場合、ウインドウ内にリストされた値は、ユーザが変更しない限り、Simulink LTI Viewer セッションを通して、影響を与えることができます。
- Operating Point ウインドウがSimulink ブロック線図の状態の初期値モードにある場合、Simulink LTI Viewer を使って線形化される値は、Simulink ダイアグラムの中の任意の状態値を変化させることにより更新されます。
- MATLAB のコマンドラインを使って、Simulink ダイアグラム初期状態ベクトル を変更することができます。
 - a ユーザの Simulink ダイアグラム上でシミュレーションメニューのシミュ レーションパラメータを選択
 - b シミュレーションパラメータウインドウ内で、ワークスペース I/O タブを 選択

。 適切なフィールドを使って、MATLAB ワークスペースから初期状態をロー ド



補償器の設計

はじめに..........................	4-2
SISO 設計ツール.........................	4-3
SISO 設計ツールのオープン	4-3
SISO 設計ツールにモデルのインポート	4-4
フィードバック構造	4-6
リープ応答	4-6
Bode 線図設計	4-8
例題:DC モータ	4-8
補償器ゲインの調整........................	4-8
右クリックメニュー	4-9
帯域幅の調整.........................	4-9
積分器の追加	4-12
リードネットワークの付加	4-14
補償器の極・零点の移動	4-17
図上で単位を変更する	. 4-19
ノッチフィルタの付加	4-20
	0
根軌跡の設計..........................	4-24
例題:油圧サーボメカニズム	4-25
補償器のゲインの変更......................	4-30
補償器に極と零点を追加	4-31
補償器の極と零点の位置の編集...............	4-36
補償器とモデルの保存。	4-39
	4-40
補償器設計用のコマンド・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・	4-42
根軌跡設計	4-42
極配置	4-42
線形二次ガウシアン (LQG) 設計	4-46
例題:LQG 設計	4-51
例題 · セットポイントトラッキング用 LOG 設計	4-55

はじめに

この章は、Control System Toolbox の関数を使って、補償器の作成方法を議論し ます。コントローラの設計を簡素化するグラフィカルユーザインタフェース (GUI) である SISO 設計ツール (SISO Design Tool)の記述から始めます。2 つの 例題、DC モータと油圧サーボメカニズム、を通して、根軌跡法、Bode 線図設計 法 (Bode diagram design)を使って、補償器を設計し、設計した結果を解析する SISO 設計ツールの使い方を示します。

カスタムアプリケーションを開発したり、MIMO(multiple input multiple output) 設 計を行う必要がある場合、Control System Toolbox は、根軌跡設計、極配置、 LQG を含む様々な設計アルゴリズムを実行するためのコマンド群を提供します。

SISO 設計ツール

SISO 設計ツールは、SISO フィードバックループの補償器設計を 容易にするたの グラフィカルユーザインタフェース (GUI) です。SISO 設計ツールは、設計過程 で迅速な繰り返しを可能にする簡単なインタフェースです。SISO 設計ツールを 使って、つぎの作業を行うことができます。

- 根軌跡法を使った閉ループダイナミクスを取り扱います。
- 開ループ Bode 応答を整形します。
- 補償器の極・零点の追加
- リードネットワーク、ラグネットワーク、ノッチフィルタの追加やチューニング
- LTI Viewer を使って閉ループ応答を検証
- ・ 位相・ゲイン余裕を調整
- 離散系と連続系の間で、モデルを変換

SISO 設計ツールのオープン

この節では、4章 "補償器の設計"で作成された DC モータのモデルをインポート しながら、SISO 設計ツールをオープンする方法を示します。

DC モータモデルをまだ作成していない場合、つぎのように、MATLAB プロンプトの基で、入力してください

load ltiexamples

これにより、DC モータを含む線形モデルの一グループがロードされます。SISO 設計ツールをオープンして、DC モータをインポートするには、MATLAB のプ ロンプトで、つぎのように入力してください。

sisotool(sys_dc)

このコマンドにより、デフォルトでプロットされている DC モータの根軌跡を含 んだ SISO 設計ツールと、開ループ Bode 線図をオープンします。



図 4-1: DC モータの例題を示す SISO 設計ツール

SISO 設計ツールは、以下を表示します。

- 極を x
- 零を o
- Bode ゲイン図と Bode 線図の左下端部分にゲインと位相余裕(デフォルト)

SISO 設計ツールにモデルのインポート

別の方法としては、MATLAB プロンプトで、つぎのように入力

sisotool

して、SISO 設計ツールをオープンします。そして、ファイルメニューのイン ポートを選択して、DC モータをインポートする方法です。これにより、システ



ムデータのインポートダイアログボックスがオープンして、つぎのように表示されます。

図 4-2: DC モータモデルが SISO 設計ツールにインポートされます。

以下のステップに従い、DC モータモデルをインポートします。OK をクリック してください。

- 1 SISO モデルの下の sys_dc を選択します。
- 2 Gの左側の右矢印ボタンを押して設計モデルのGフィールドに持ってきます。

3 OK を押します。

コントローラや補償器を設計する過程で、繰り返しを行うたびに Step 応答や Impulse 応答を調べることのできる便利なものです。Control System Toolbox は、 SISO 設計ツールや LTI Viewer と直接リンクを張っています。LTI Viewer をオー プンして、**ツール**メニューから**ループ応答**を選択します。ここで、プロット図は デフォルトで、DC モータの Step 応答や Bode 線図(位相とゲイン応答)をもつ LTI Viewer がオープンします。LTI Viewer が Step 応答のみを示すように再構成 しましょう。つぎの図は、再構成による結果の図です。

フィードバック構造

SISO 設計ツールは、フィードバック構造が下図のように、デフォルトで補償器 がフォワードパス(前向き)であると仮定します。



図 4-3: デフォルトフィードバック構造 — フォワードパス (前向き)の補償器

この図のなかのボックスは、次のものを表わしています。

- G プラント
- H センサのダイナミクス
- F プリフィルタ
- C 補償器

F、H、Cのデフォルト値はすべて1です。これは、デフォルトで補償器が単一 ゲイン (unity gain)を持っていることを意味することに注意してください。G は DC モータモデル sys_dc を含んでいます。

選択可能なフィードバック構造

FS ボタンをクリックするとデフォルトのフィードバック構造と、補償器を フィードバックパスに配置するフィードバック構造を、交互に選択できます。下 図が、選択可能なフィードバック構造を示します。



図 4-4: 補償器がフィードバックループになっている選択可能なフィードバック構造

ループ応答

補償器の設計を繰り返すと、様々な(step 応答や impulse 応答などの)ループ応 答を検証できると便利であることが分かります。例えば、閉ループステップ応答 を見るには、**ツール**メニューから**ループ応答**のなかにある**プラント出力**を選択し ます。これにより、LTI Viewer で DC モータの閉ループステップ応答をオープン します。LTI Viewer の操作方法については、3-3 ページの"例題:LTI Viewer"を参 照して下さい。



下図が、プロット結果を示します。

図 4-5: LTI Viewer で DC モータの Step 応答を表示

この図が示すように、DC モータの Step 応答は、約1.5 秒で、多くのアプリケー ションと比べてるかなり遅いものです。また、非常に大きな定常状態偏差を示し ます。根軌跡設計を示す次節は、DC モータの Step 応答の時間応答と定常状態偏 差を改善するアプローチを行います。

設計を繰り返し行うと、SISO 設計ツールに対応した LTI Viewer は、自動的に選択した応答プロットを更新します。

Bode 線図設計

補償器設計のひとつの手法は、開ループ応答の Bode 線図で行うこと(ループ整形)です。Bode 線図を使うことで、ゲイン・位相余裕の設定、帯域幅の調整、 妨害を拒否するノッチフィルタの追加ができます。

例題:DC モータ

次節では、DC モータ例題を用いて、Bode 線図設計手法を使った補償器の作成方 法を示します。2-4 ページの "SISO 例題:DC モータ "から、DC モータの伝達関 数は、

Transfer function: 1.5

s^2 + 14 s + 40.02

となります。

この例では、設計基準は以下の通りです。

- ・ 立ち上がり時間 0.5 秒未満
- 5% 定常状態偏差 5% 未満
- 10% 未満のオーバシュート
- 20 dB を越えるゲイン余裕
- 40°を越える位相余裕

補償器ゲインの調整

4-7 ページの図 4-5 から、閉ループ Step 応答が遅すぎることが分かります。最も 簡単に応答速度を上げるには、補償器のゲインを増加させます。ゲインを増加す るためには、

- Bode ゲイン図の線上にマウスのポインタを持ってきます。ポインタが手(ハンド)に変わるのに注目して下さい。
- 手が現れた時に、左マウスボタンを押しつづけて、Bode ゲイン図の線を掴み ます。

- 3 Bode 線図の線を上側にドラッグします。
- 4 マウスボタンを離します。閉ループセット点が再計算されるにつれて、ゲインと極が変わります。

SISO 設計ツールは、補償器のゲインを計算し、値が GUI 上の C(s) テキストボックスのなかに現れます。

他にも、現在の補償器パネルのなかの C(s) フィールドに希望する値を入力することで、ゲインを設定できます。

右クリックメニュー

SISO 設計ツールは、任意のプロット領域内で右クリックメニューを使うことが できます。メニューは、各図のタイプ毎にカスタマイズされ、Bode ゲイン図の 白空間内で、右クリックすることで Bode ゲイン図メニューをオープンします。 このメニューは、以下のようになります。

Add	۲
Delete Pole/Zero	
Edit Compensator	
Show	۲
Grid	
Zoom	۲
Properties	

図 4-6: Bode ゲイン図の右クリックメニュー

右クリックメニューは、数々の機能を持っています。DC モータの例題では、利用可能な機能の多くを使っています。右クリックメニューについての詳細は、 Tool and Viewer Reference のなかのオンラインヘルプメニューの SISO 設計ツール を参照して下さい。

帯域幅の調整

設計仕様で、立ち上がり時間が 0.5 秒であることから、ゲインを DC クロスオー バ周波数が 3 rad/sec となるように設定してみて下さい。帯域幅を 3 rad/sec とす る理由は、一次系近似で、これが約 0.33 秒時間定数に相当するからです。

クロスオーバをより見やすくするためには、右クリックメニューから**グリッド**を 選択します。Bode ゲイン図のグリッドが作成されます。Bode ゲイン図で左ク リックし、カーブが 3 rad/sec で 0 dB 線 (y 軸上) を越えるまでドラッグします。 これにより、SISO 設計ツール表示と LTI Viewer の Step 応答を共に変更します。



手(ハンド)を動かして Bode ゲイン図のプロットを上下させ ます。SISO 設計ツールは手(ハ ンド)の動きに合わせて、補償 器ゲインを再計算します。

補償器ゲインを増やすと、位相 余裕が無限から120°に変わり ます。SISO設計ツールは、新 しい位相余裕を示すために、ブ ラウン色の指示線を追加しま す。

図 4-7: 根軌跡と DC Motorpm の Bode 図

3 dB のクロスオーバに対しては、補償器ゲインは約 38 です。SISO 設計ツール は、デフォルトで Bode 線図の左下端に、ゲインと位相余裕情報を表示します。 また、Bode ゲイン図内で、閉ループシステムが安定か不安定かを示します。



この図は、LTI Viewer で、関連した閉ループ Step 応答を示しています。

図 4-8:補償器のゲインが 38 の DC モータに対する閉ループ Step 応答

step 応答は、定常状態偏差と立ち上がり時間が僅かに向上したことを示していま すが、設計仕様(特に定常状態偏差状態偏差)を満たした、より洗練されたコン トローラを設計しなければなりません。

積分器の追加

定常状態偏差をなくす一つの方法は、積分器を追加することです。このために は、**追加**を選択し、右クリックメニューから**積分器**を選びます。下図が、その過 程を示します。



図 4-9: 右クリックメニューを使った積分器の追加

積分器を付加すると、システムのクロスオーバ周波数が変わるのに注目して下さい。補償器のゲインを再調整して、クロスオーバを 3dB まで戻します。ゲイン は約 100 となります。



積分器を付加し、補償器のゲインを再調整すると SISO 設計ツールは、根軌跡プロットの原点に赤い'x'で表示します。

図 4-10: SISO 設計ツールで、根軌跡プロット上に積分器を表示



下図は、閉ループ step 応答を示します。

図 4-11: 補償器に積分器を持った DC モータの Step 応答

step 応答は1付近に落ち着き、定常状態偏差仕様を満たしています。これは、積 分器がシステムを零定常状態偏差に持っていくためです。図では、ピーク応答が 1.3、つまり30%のオーバシュート、また、立ち上がり時間がほぼ0.4秒である と示しています。従って、積分器とゲインからなる補償器は、オーバシュートが 10%であるという設計仕様を満たしていないことになります。

リードネットワークの付加

設計仕様の一部は、ゲイン余裕 20dB 以上、位相余裕 40。以上です。現在の補償 器設計では、ゲイン余裕は 11.5dB、位相余裕は 38.1。となっており、共に設計 仕様を満たしていません。すなわち、残された 2 つのゴールは、安定余裕を向上 しながら、立ち上がり時間を短くすることです。ひとつの手法は、ゲインを増加 させ応答をスピードアップすることですが、システムのダンプリングはすでに減 少していますので、ゲインを増加すると定常余裕を減少させます。補償器ゲイン を試してみると、このことを検証できます。残された唯一の方法は補償器にダイ ナミクスを付加することです。
このことを改良する可能な方法は、補償器にリードネットワークを付加することです。線図上で、これをより簡単に行うには、x軸上で、ズームインします。まず、右クリックメニューからズームのイン(X)を選択し、左クリックして、マウスをドラッグすることで Bode ゲイン図領域を選択します。1 から約 50 rad/secの範囲がよいでしょう。つぎの図が、過程を表わします。



図 4-12: Bode 図の X 軸上でのズームイン

リードネットワークを付加するには、追加を選択し、開ループ Bode 線図の右ク リックメニューでリードを選びます。下図は、コントローラにリードネット ワークを追加する過程を示します。



図 4-13: 右クリックメニューを使ってリードネットワークを DC モータ補償器に付加する

リードネットワークを選択すると、カーソルが 'x' に変わります。この 'x' を Bode ゲイン図のカーブの最も右側の極のわずかに右側に位置させ、クリックし ます。SISO 設計ツールと LTI Viewer 図は、以下のようになります。



図 4-14: リードネットワーク付き DC モータの根軌跡、Bode 線図、Step 応答図

Step 応答図から、立ち上がり時間が約0.4秒、ピーク応答が1.25rad/sec(つまり、オーバシュートが約25%)であることが分かります。立ち上がり時間は仕様を満たしますが、オーバシュートはまだ大きすぎ、定常余裕は満足のいくものでないため、リードのパラメータをチューニングしなければなりません。

補償器の極・零点の移動

応答スピードを向上させるには、リードネットワークの零点を DC モータプラン ト(青い'x'で表示)の左端(最遅)に近づけます。これを行うためには、零 点を掴んで、マウスでドラッグします。零点を最も遅いプラント極に近づけてみ て下さい。

今度は、リードネットワーク極を右側に移動します。どのようにゲイン余裕が増加するか注目して下さい。また、ゲインを使ってゲイン余裕を増加させることができます。Bode ゲイン図カーブを掴んで、マウスで上側にドラッグし、ゲインとゲイン余裕が増加するのを確認して下さい。

これらのパラメータをチューニングする時に、LTI Viewer を見て下さい。パラ メータを変更するたびに、閉ループ Step 応答が変わるのが確認できます。下図 は、仕様を満たす設計の最終値を示します。



図 4-15: DC モータ補償器の最終設計パラメータ

この最終設計の値は、次のようになります。

- 極が0と-28
- 零点が -4.3
- ゲインは84

補償器の編集ダイアログボックスを使って、正確な値を設定できます。現在の補 償器内をダブルクリックして、ウィンドウを開きます。この図は、ゲイン余裕が 22dB、位相余裕が66°であることを示しています。設計が立ち上がり時間と オーバシュート仕様を満たしているかどうか確認するには、閉ループStep応答 に行き、図領域内の空白部を右クリックし、特徴と立ち上がり時間、ピークオー



バシュートを選択します。下の図は、立ち上がり時間とカーブ上に大きな点で オーバシュートを示しています。

図 4-16: 最終補償器設計の Step 応答

step 応答は、立ち上がり時間 0.45 秒、ピーク振幅が 1.03rad/sec、つまり オーバ シュートが 3% を示しています。これらの結果は、設計仕様を満たします。

図上で単位を変更する

Control System Toolbox は、プロット図オプション設定をするためのエディタを 提供しています。例えば、すべての SISO 設計ツールで作成された Bode 図上に ある周波数単位 を rad/sec から Hertz へ変更 したい場合、メニューバーの編集の 下にある SISOTool プレファレンスを選択します。これで、SISO Tool プレファレンスエディタをオープンします。

🥠 SISO Tool	Preferences	_ 🗆 ×
Units Style	Options Line Colors	
Units Frequency in Magnitude in Phase in	rad/sec 💌 using log scale dB 💌 degrees 💌	
ок	Cancel Help	Apply

図 4-17: The SISO Tool プレファレンスエディタ

単位(Units)ページのメニューオプションを使って、変更を行います。この単位変更は、セッション中ずっと適用されます。

プロパティとプレファレンス設定情報の詳細は、Control System Toolbox オンラ インヘルプの"プロットプロパティとプレファレンスの設定"を参照して下さい。

ノッチフィルタの付加

仮に特定の周波数でシステムに妨害があることが分かっていれば、その周波数で ノッチフィルタを使って、システムのゲインを減衰することができます。ノッチ フィルタを付加するには、右クリックメニューからノッチ、追加を選び、減衰し たい周波数に置きます。黒い'x'がマウスの矢印の横に現れます。それを減衰し たい周波数のところに置きます。



つぎの図が、結果を示しています。

図 4-18: DC モータ補償器にノッチフィルタが付加された SISO ツール

ノッチ周波数は、4-18 ページの図 4-15 で表示されているよりも高周波数なので、 ノッチフィルタを付加するためには、ズームアウトする必要があることに注意し て下さい。

ノッチフィルタパラメータをより詳しく見るには、Bode ゲイン図から右クリッ クで、ズーム (X-Y) を選択します。ノッチフィルタの周りにボックスを描くため には、左クリックしてマウスをドラッグします。マウスを離すと SISO 設計ツー ルは選択領域でズームインします。 SISO Design for System sys_dc _ _ X File Edit View Compensator Tools Window Help 💫 × o 关 岩 💁 🛄 🖬 🗶 📢 Current Compensator (1 + 0.233s) (1 + 0.000781s + 6.09e-005s^2) C(s) = 86 s (1 + 0.0357s) (1 + 0.00781s + 6.09e-005s^2) н Root Locus Open-Loop Bode Diagram ノッチ幅を変え 500 るためにブロッ クダイアモンド をドラッグしま -80 す。ノッチを深 **r**o G.M.: 19.8 dB -100 Freq: 14.6 rad/sec くするために、 Stable loop 赤い⊗を下方向 **.**ø P.M.: 64.3 deg に動かします。 Freq: 2.98 rad/sec -180 -500 360 -400 -600 -200 n. 200 102 Real Axis Frequency (rad/sec) Added notch filter with zeros at $s = -6.41 \pm 128i$ and poles at $s = -64.1 \pm 111i$

この図では、調整可能なパラメータを表示するために、ノッチフィルタ上でズー ムインします。

図 4-19: ノッチフィルタパラメータの取り扱い

ノッチフィルタパラメータの調整がどのようにフィルタに影響するかを理解する ためには、ノッチフィルタの伝達関数を考えます。

 $\frac{s^2+2\xi_1\omega_ns+\omega_n^2}{s^2+2\xi_2\omega_ns+\omega_n^2}$

3 つの調整可能なパラメータは、 ξ_1 、 ξ_2 、 ω_n です。 ξ_2/ξ_1 の割合は、ノッチの深さを 設定し、 ω_n is は、ノッチの固有周波数を設定します。この図は、赤い \otimes と黒いダ イアモンドを動かすことがパラメータを変え、ノッチフィルタの伝達関数を変え ているか示しています。



図 4-20: ノッチフィルタパラメータをさらに詳しく見たところ

根軌跡の設計

設計規範を満たすための良く知られた設計手法の一つは、根軌跡による設計で す。このアプローチは、根軌跡図上で、極と零点を操作することにより、設計を 繰り返し行うことを含んでいます

スカラ系のパラメータは、値の連続幅に応じて違うため、根軌跡図は、フィード バック閉ループ極の軌跡を示します。根軌跡法は、主に閉ループ極位置でフィー ドバックゲインを設定し、SISO 制御系のループゲインをチューニングするため に使用されます。

たとえば、つぎのトラッキングループを考えてみます。



ここで、P(s)はプラント、H(s)はセンサダイナミックス、kは調整に使用するスカ ラゲインです。閉ループの極は、つぎの方程式の根で表わせます。

q(s) = 1 + k P(s)H(s)

根軌跡法は、kが変化するに連れ、複素平面上の閉ループ極の軌跡をプロットするものです。このプロットを使って、要求する閉ループ極の対に関連するゲインを求めることができます。

DC モータの例題は、SISO 設計ツールの Bode 線図機能に焦点を合わせていました。ツールの Bode 線図で利用可能な設計オプションは、根軌跡でも対応するオ プションが用意されています。これらの機能を説明するために、この例題では、 油圧サーボメカニズムを紹介します。

SISO 設計ツールの根軌跡、Bode 線図設計ツールは、同じ設計問題に関して、補 完的な視点を提供しています。それぞれの視点は、設計過程に対する洞察をもた らしています。SISO 設計ツールは、根軌跡と Bode 線図を表示するので、設計 の意思決定において、両方の視点の要素を合わせることもできます。

例題:油圧サーボメカニズム

油圧サーボメカニズムモデルの簡単なものは、つぎのようなものです。

- Push-Pull アンプリファイア(電磁石の組)
- 高圧作動油の管内のスライディングスプール
- 管内の作動油量を調整するバルブ
- 負荷を加えるためのピストン駆動カラム付きセンターチャンバー
- 左右対称な作動油の戻り管

つぎの図は、このサーボメカニズムを示しています。



図 4-21:油圧サーボメカニズム

スプールに加える力は、電磁気コイルに流れる電流に比例します。スプールが移動するにつれ、バルブがオープンし、高圧の流体がチャンバーに流れます。移動 する流体は、スプールの反対方向に、ピストンを移動します。参考文献 *Control System Dynamics*, by R. N. Clark, (Cambridge University Press, 1996) は、電気水力増 幅器、バプルのスプール、ピストンに関する線形化されたモデルを示していま す。また、このタイプのサーボメカニズムの詳細も記述しています。

ピストンコントロールに、このようなサーボメカニズムを使用する場合、ピスト ンの位置を制御するために、電磁石への入力電圧を使います。ピストンの位置の 測定が使用可能な場合、ピストンの位置の制御にフィードバックを使用すること ができます。



図 4-22: 電気水力を使ったサーボメカニズムに関するフィードバック制御構造

補償器 C(s) を設計します。

プラント伝達関数

ロード(読み込み)がまだでしたら、

load ltiexamples

と入力して、電気水力を使った位置制御メカニズム用の線形化されたプラントの 伝達関数である Gservo を含んだ線形モデルをロードします。MATLAB プロンプ トのもとで、Gservo と入力すると、電気水力を使った(プラント)伝達関数が表 示されます。

Gservo

Zero/pole/gain from input "Voltage" to output "Ram position":

4000000

 $s(s+250)(s^2+40s+9e004)$

設計仕様

この例題では、閉ループシステムの Step 応答が、つぎの仕様を満足するコント ローラを設計します。

- 2パーセントの整定時間が、0.05 秒以下
- 最大オーバシュートが5パーセント以下

この節の残りの部分は、SISO 設計ツールを使って、これらの仕様を満足するコントローラを設計することを議論します。

モデルのインポート

SISO 設計ツールをオープンして、MATLAB のプロンプトで、つぎのように入力 します。

sisotool(Gservo)

これにより、インポートされたサーボメカニズムプラントをもつ SISO 設計ツー ルがオープンします



図 4-23: SISO 設計ツールは、電気水力を使ったサーボメカニズムプラントの根軌跡と Bode 線図を示します。

ズーミング

根軌跡の中で右クリックメニューを使って、**ズーム**の X-Y を選択します。マウ スの左ボタンをホールドしたまま、ドラッグして、ズーミングエリアを選択しま す。この例題では、根軌跡の領域を X- 軸と Y- 軸共に約 -500 から 500 とします。 つぎの図は、プロセスの中でのズームを示しています。



図 4-24: 根軌跡プロット内の領域のズーミング

他にも、ツールバーのズームアイコンを使うことができます。

- The Zoom in X-Y
- ► Zoom in X
- 👗 Zoom in Y
- 🔀 Zoom out

DC モータの例題のように、**ツール** (Tools) メニューの**ループ応答のプラント出** 力を選択して、LTI Viewer をオープンします。右クリックメニューを使って、閉 ループシステムの Step 応答を表示するように、LTI Viewer を作り直します。現



在、2 つのウィンドウ、SISO 設計ツールとそれに関連した LTI Viewer を表示しています。

図 4-25: 電気水力用のサーボメカニズムの SISO 設計ツールと関連した LTI Viewer

Step 応答図は、立ち上がり時間が2秒のオーダで、設定したシステムの仕様と 比べて非常に遅いことを示しています。つぎの節では、SISO 設計ツールで、 4-26ページの"設計仕様"で設定した仕様を満足する補償器を設計するために、周 波数設計手法の使い方を示します。

補償器のゲインの変更

最も簡単なアプローチは、補償器のゲインの変更です。SISO 設計ツールのデ フォルトは単一フィードバックです。根軌跡図の赤い四角形を掴んでカーブ上を 動かすことで、ゲインを変更できます。つぎの図が、その手順を示します。



図 4-26: 根軌跡図で補償器のゲインを変更

違ったゲインで実験し、関連した LTI Viewer で閉ループ応答を見て下さい。

または、現在の補償器パネルの C(s) フィールドに値を入力し、補償器のゲインを変更できます。

閉ループ応答

ゲインの横のテキストボックスを編集し、Enter キーを押し、ゲインを 20 に変 更します。根軌跡上の閉ループ極の位置が、新しいゲインセットポイント用に再 計算されているのに注意して下さい。



つぎの図は、ゲイン 20 に関連した閉ループ Step 応答を示しています。

図 4-27: C(s) = 20 の整定時間を持った Step 応答

この閉ループ応答は、希望する整定時間仕様(0.05 秒以下)を満足せず、好まし くない脈動を示します。次節では、この仕様を満足する補償器の設計方法を説明 します。

補償器に極と零点を追加

ご存知のように、ゲインを増加するに従い、システムのダンプリングは減少し、 逆に、オーバシュートは増加します。更に過度に増加させると、システムは不安 定になり、補償器のゲイン調整だけで、設計要求を見たすのは不可能となりま す。

補償器を設定するために、3つのパラメータ、極、零点、ゲインが存在します。 ゲインを選択していると、極または零点を補償器に追加できます。

補償器に極を付加

根軌跡図上に複素結合の補償器極を追加してみて下さい。

- 1 右クリックをオープンし、追加、そして、複素数極を選択します。
- 2 複素数極を追加したい根軌跡図領域上の場所をクリックします。

つぎの図は、これら2つのステップを示しています。



図 4-28: 複素共役極を補償器に付加

Bode 線図のゲイン応答のピーク値の(虚軸近くの複素共役極の)左の適当な位置に 'x'を配置します。この共役極を付加すると、LTI Viewer の応答図は変更され、根軌跡と Bode 線図は共に新しい極を示します。つぎの図は、新しい極を加

えた SISO 設計ツールを示しています。明確にするため、前に行ったのと同じように、ズームアウトするとよいでしょう。



図 4-29:補償器に複素共役極を付加した結果

補償器に零点を追加

補償器に極を追加する手順はまったく同じです。補償器に追加したばかりの複素 数の閉ループ極のちょうど左に複素数零のペアを追加してみて下さい。つぎの図 が、結果を示しています。



図 4-30: 複素共役零点を付加した電気水力用のサーボメカニズム例

Step 応答が不安定の場合、右側の軸面の赤いボックスを掴み、左側の軸面に移動させて、ゲインを下げます。この例題では、Step 応答結果は安定ですが、2% 制定時間が 0.05 秒より大きいので、設計仕様は満たしていません。

見て分かる通り、補償器の設計過程には、試行錯誤(トライアルアンドエラー) が伴います。ユーザは、補償器の極や補償器の零点、閉ループの極を設計規範を 満たすまで、根軌跡の回りでドラッグすることができます。

つぎの節では、数値を設定することで、極や零点の配置方法を示します。サーボ メカニズムの例題に対しても、設計仕様を満たす解が存在します。

減衰比のビュー

例えば、図に特定の減衰比で複素数極のペアを配置したい場合、根軌跡の右ク リックメニューから設計の制約を選択します。これで、設計の制約エディタが オープンします。

🛃 Design Constraints 📃 🗖 🗙	
Add constraint	s for:
🔲 Settling Time =	
Peak Overshoot (%) =	
🗹 Damping Ratio =	0.707
Natural Frequency =	
UK Cancel	Help Apply

減衰比をチェックし、0.707を設定し、 根軌跡上のラインが0.707の減衰比に合 致しているかを確認します。

図 4-31: 設計の制約エディタ

減衰比を根軌跡図に適用すると、つぎの図のように希望した勾配で2本のライン が引けます。



図 4-32: 減衰比 0.707 のラインを表示する根軌跡

設計に付加したばかりの複素対の極を 0.707 減衰比ライン上にくるように動かし てみましょう。設計効果を確認するため、違った減衰比で試してみて下さい。

補償器の極と零点の位置 の編集

極や零点を変更する簡単な方法は、マウスを使ってそれらを掴み(処理対象にし)、Bode 線図のゲイン応答図上で移動することです。正確な数値を設定したい場 合、**補償器の編集**を使って、ゲイン値や補償器の極や零点の位置を変更できま す。

SISO 設計ツールから補償器の編集ウィンドウをオープンするには、3つの方法 があります。

- メニューバーの編集から補償器の編集を選択します。
- 右クリックメニューから、補償器の編集を選択します。このオプションは、根 軌跡と Bode 図右クリックメニューから利用できます。
- 現在の補償器パネルの中で、マウスをダブルクリックします。

		>>0698
Edit Compensator		零点 / 極の位置と減衰 / 固
Gain: 20 Fo	rmat: Zero/Pole Location	- 有周波数 形式間を交互に移
Zeros	Poles	動します。
Delete Real Imaginary	Delete Real Imaginary	これらのフィールドを使い
-188 ± 370	-106 ± 272	- 正確な位置に極と零点を置

Help

いづれの方法を選択しても、つぎのウィンドウがオープンします。

らのフィールドを使い な位置に極と零点を置 きます。**ゲイン**フィールド を使って補償器のゲインを 変更します。

図 4-33: 補償器の編集ウィンドウを使って付加、削除、補償器の極と零点の移動を行いま す。

Add Real Pole Add Complex Pole

Apply

補償器の編集ウィンドウを使って、以下が行えます。

Cancel

 ・ 補償器のゲインの編集

Add Real Zero Add Complex Zero

ΟK

- 補償器の極や零点の位置の編集
- 補償器の極や零点の付加
- 補償器の極や零点の削除

この例題で、極を – 110±140*i* に、零点を – 70±270*i* に付加し、補償器のゲインを 23.3 にします。

SISO 設計ツールは、つぎのようになります。



図 4-34: 油圧サーボメカニズムの設計例題の最終値を使った SISO 設計ツール

この設計が、設定した設計仕様を満足しているか否かを調べるために、LTI Viewerの中の閉ループシステムの Step 応答を調べてみましょう。



図 4-35: 油圧サーボメカニズム例題最終設計の閉ループ Step 応答

Step 応答は満足しているように思えます。整定時間は 0.05 秒以下で、オーバ シュートは 5 パーセント以下です。従って、設定仕様は満足され、設計過程を終 了します。

補償器とモデルの保存

補償器の設計が成功した現在、将来に実現させるために、設計パラメータを保存 しましょう。これを行うには、SISO 設計ツールのファイルメニューからエクス ポートを選択してください。つぎのウィンドウがオープンします。

		1	-		
Component	Model	Export As	_	Export to Workspace	
Plant G	(current)	Gservo		Europete Dist.	
Sensor H	(current)	н		Export to Disk	
Prefilter F	(current)	F 🗲	++-		― エクスポート名コ
Compensator C	(current)	С			ダブるクリックし
Open Loop	сөн	olsys			クフポートクた炉
Closed Loop	FCG/(1+CGH)	T_r2y			シスホート石を編
	FC/(1+CGH)	T_r2u			9。
(output sensitivity)	1/(1+CGH)	S_out			
(input sensitivity)	G/(1+CGH)	S_in		Help	
	State Space	clsys		Cancel	

図 4-36: SISO Tool エクスポートウィンドウ

エクスポート名リストに表示される変数の一覧は、ユーザにより定義済みの (Import System Data ウィンドウ)か、または、デフォルトの名前を付けられたも のです。補償器をワークスペースにエクスポートするには、つぎの手順を用いま す。

- 1 補償器 C を コンポーネントリストから選択。エクスポート名を変更した場合に は、補償器 C のセル内でダブルクリック
- 2 ワークスペースへエクスポートボタンをクリック

MATLAB プロンプトにするには、つぎのように入力してください。

who

これにより、変数名Cと名付けた補償器がワークスペース内に存在することがわかります。

С

と入力することにより、この変数が zpk フォーマットであることがわかります。

複数のコンポーネントを選択するには、並んでいるコンポーネントであれば Shift キー、そうでなければ Ctrl キーを使います。

ディスクにエクスポートを選択すると、つぎのウィンドウがオープンします。

Export to D	lisk		? ×
Save jn:	🔄 temp	- 🗈 🖸	*
File <u>n</u> ame:	Gservo.mat		<u>S</u> ave
Save as <u>t</u> ype:	MAT-files (*.mat)		Cancel

任意のディレクトリにモデルを M-ファイルで保存できます。M-ファイルのデフォルト名はモデルのもともとの名前ですが、任意の名前に変更できます。複数 コンポーネントを保存すると、ひとつの M-ファイルに保存されます。

中間設計の保存と復帰

補償器の設計を繰り返す間に、中間でできる補償器を保存したり、復帰(再取 得)できます。中間でできたデザインを保存するには、SISO設計ツールのメ ニューバーから補償器を選び別名でストアを選択します。それにより、つぎの ウィンドウがオープンします。

🛃 Store Co	mpensa	tor 🗵
Store as:		
untitledC_1		
	OK	Cancel

デフォルト名は、UntitledC_1です。新しい補償器を追加保存するたびに、接尾辞 は増加します。ファイル名(N)フィールドを編集して、設計したデザイン名を 変更できます。 中間でできたデザインを復帰するには、補償器メニューから復帰を選びます。これで、補償器設計ウィンドウがオープンします。

Name	Order	Sample Time	
IntitledC_1	0	0	Retrieve
intitledC_2	0	0	Delete
intitledC_3	1	0	Delete
			Holp
			neib
			Cancel

図 4-37: 補償器設計ウィンドウ

設計デザインを復帰(再取得)するには、名前のリストから選択し、**復帰**を押し ます。SISO 設計ツールは、自動的に選択された補償器設計に復帰します。保存 した補償器は、選択した**名前**セルで編集し、名前を変更できます。

補償器設計ウィンドウは、補償器設計順にリストし、補償器がデジタルの場合、 サンプル時間も表示します。連続時間補償器のデフォルトのサンプル時間値は、 0です。

中間でできたデザイン設計は、選択し、削除ボタンを押すと削除できます。

補償器設計用のコマンド

制御システムの設計という項は、閉ループ制御システムの中でフィードバックゲ インを選択する過程を表わしています。多くの設計法は、解析、シミュレーショ ン、物理的な解釈により、パラメータの組み合わせを、繰り返し、変更させるも のです。Control System Toolbox は、多くの SISO アプリケーションで利用可能な GUI である SISO 設計ツールを用意しています。また、たとえば、MIMO システ ムや Kalman フィルタ等を含む、より広範囲での利用のために、コマンドも用意 しています。

Control System Toolbox は、つぎのような事柄に対応できる関数を用意しています。

- 古典的 SISO 設計手法
- 現代的な極配置や LQG 手法などの近代的な MIMO 設計手法

根軌跡設計

根軌跡設計に使用可能なコマンドをまとめてみます.

関数	Description
pzmap	極 - 零点図
rlocus	Evans 根軌跡図
sgrid	根軌跡図の ω_n, ζ のグリッド (連続系)
sisotool	根軌跡設計 GUI
zgrid	根軌跡図の $\omega_n, \zeta のグリッド(離散系)$

極配置

閉ループの極の位置は、立ち上がり時間、整定時間、遷移部の振動等の時間応答 特性に直接影響します。根軌跡は、SISO システムの設計仕様を満足させるため に、補償器ゲインを使って、閉ループ極を移動させます。しかし、閉ループ極を 割り当てるのに、状態空間法を使うことができます。閉ループの挙動をチューニ ングする方法を議論しましょう。この設計手法は、*極配置といわれ、*根軌跡とは 以下のような点で違います。

• 極配置手法を使うことで,ダイナミックな補償器を設計できる。

• 極配置手法は MIMO システムにも適用できます。

極配置は、システムの情態空間モデルを必要とします(関数 ss を使って、他の LTI モデルから状態空間モデルに変換)。連続時間では、このようなモデルは、 つぎのように表わせます。

 $\dot{x} = Ax + Bu$

y = Cx + Du

ここで、*u*は制御入力ベクトル、*x*は状態ベクトル、*y*は観測ベクトルです

状態フィードバックゲインの選択

状態フィードバックu = -Kxのもとで、閉ループのダイナミックスは、つぎの方程式で表わせます。

 $\dot{x} = (A - BK) x$

そして、閉ループの極は、A - BKの固有値です。極配置アルゴリズムを使って、 複素平面内で希望する位置に極を配置できるゲイン行列Kを計算することができ ます((A, B)は可制御である)。

例えば、状態行列 A と B、希望する閉ループ極の位置を持ったベクトル p に対して、

K = place(A,B,p);

は、近似ゲイン行列 K を計算します。

全状態xが測定されない限り、状態フィードバック則u = -Kxを実現すること はできません。しかし、状態フィードバック則 $u = -K\xi$ は、同じ極を持つ状態 推定を作成することができます。このことは、状態エスティメータ ξ を設計する つぎの型で実現できます。

 $\xi = A\xi + Bu + L(y - C\xi - Du)$

ここで、(*C*, *A*) は可観測とします。エスティメータの極は、A - LCの固有値で、 エスティメータのゲイン行列*L*の適切な選択で、任意に割り当てることができま す。一般的には、エスティメータのダイナミックスは、コントローラのダイナ ミックス (A - BKの固有値)より高速にすべきです。

place コマンドを使って、行列 L を計算できます。

L = place(A',C',q)

ここで、A と C は、状態、出力行列で、q は閉ループ極を持ったベクトルです。

 $x & \varepsilon u = -Kx$ の推定値 ξ との置き換えは、ダイナミック出力フィードバック補償器

$$\xi = \left[A - LC - (B - LD)K\right]\xi + Ly$$
$$u = -K\xi$$

になります。ここで、結果の閉ループのダイナミクスは、

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & BK \\ 0 & A - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}, \qquad e = x - \xi$$

となることに注意してください。そのため、A-BK とA-LC の固有値を独立に 置き換えることで、すべての閉ループ極を割り当てることができます。

例.以下の連続時間状態空間モデルを想定します。

 $sys_pp = ss(A,B,C,D)$

7出力、4入力とし、以下を設計します。

- 制御入力として、1、2、4をプラント入力とした、状態フィードバックコント ローラゲイン K
- 出力4、7とセンサとして1をプラントとして用いたゲインLを持った状態エス ティメータ
- 付加された既知入力としてのプラント入力3

このコードを使って、コントローラとエスティメータを連結し、ダイナミック補 償器を作成します。

```
controls = [1,2,4];
sensors = [4,7,1];
known = [3];
regulator = reg(sys_pp,K,L,sensors,known,controls)
```

極配置ツール

Control System Toolbox は、つぎの機能をもつ関数を用意しています。

- •希望する閉ループの極配置を達成するゲイン行列*K*と*L*を計算
- これらのゲインを使って、状態エスティメータとダイナミック補償器を作成 つぎのテーブルは、極配置用コマンドの要約です。

コマンド	Description
acker	SISO 極配置
estim	エスティメータゲインを設定して、状態エスティ メータを作成
place	MIMO 極配置
reg	状態フィードバックとエスティメータゲインを設定 して、出力フィードバック補償器を作成

関数 acker は、SISO システムのみに使用が限定され、かつ、状態数が少ない場合にのみ使用可能です。関数 place は、関数 acker より一般的で、数値的にもロバストです。

警告 極配置は、不安定な極の位置を選択した場合、条件数が非常に悪くなります。特に、つぎのことは避けてください。

- 重根を配置する
- 弱い可制御性、可観測性に極を移動させます。これには、一般に、高いゲインを必要とします。すなわち、外乱に非常に敏感な全閉ループ固有構造を作成することになります。

線形二次ガウシアン (LQG) 設計

LQG 制御は、最適ダイナミックレギュレータを設計する、近代的な状態空間手 法です。これは、レギュレータの性能と制御に使用する事柄とのトレードオフを 行い、プロセスノイズや測定ノイズを利用するものです。極配置と同様に、 LQG 設計は、プラントの状態空間モデルを必要とします(関数 ss を使って、他 のLTIモデルから状態空間モデルに変換)。この節は、連続時間系のみを取り扱 います(dlqr、Kalman、離散時間のLQG 設計の詳細は、関連したリファレンスを 参照してください)。

LQG 設計は、つぎのようなレギュレーション問題になります。



目的は、出力yをゼロ近傍にレギュレーションすることです。プラントはプロセスノイズwと制御uで駆動し、レギュレータは、これらの制御を行うノイズの測定量 $\bar{y} = y + v$ に依存します。プラントの状態と測定方程式は、つぎのようになります。

 $\dot{x} = Ax + Bu + Gw$

$$\overline{y} = Cx + Du + Hw + v$$

そして、wとvが共に、白色ノイズと考えます。

LQG レギュレータは、最適状態フィードバックゲインと Kalman 状態エスティ メータから構成されています。つぎに示すように、これら二つの補償器を独立に 設計できます。

最適状態フィードバックゲイン LQG 制御で、レギュレーション問題は、つぎの二次型の性能規範で判断します。

$$J(u) = \int_0^\infty \{x^T Q x + 2x^T N u + u^T R u\} dt$$

重み付き行列 Q、N、R は、レギュレーション性能(如何に速く、x(t)をゼロに近づけるか)とそれに対する制御操作とのトレードオフを設定するものです。

最初の設計は、評価関数 J(u) を最小にする状態フィードバック則 u = -Kx を求めることです。最小化されたゲイン行列 K は、代数 Riccati 方程式を解くことで得られます。このゲインを LQ- 最適ゲインと言います。

シンタックス.システムの行列 (A,B,C,D)、と重み行列 Q、R、N が与えられたとして、LQ 最適化ゲイン K は lqr コマンドを使って 生成します。

K = lqr(A,B,Q,R,N)

N が省略されている時には、デフォルトで値は0です。

Kalman 状態エスティメータ

極配置の場合と同じように、LQ-最適状態フィードバックu = -Kxは、全状態 測定がなければ実現しません。しかし、出力フィードバック問題に対して、 $u = -K\hat{x}$ が最適であるような状態推定 \hat{x} を引き出すことは可能です。この状態 推定は、Kalman フィルタで作成できます。

$$\frac{d}{dt}\hat{x} = A\hat{x} + Bu + L(\bar{y} - C\hat{x} - Du)$$

ここで、入力u(制御)と y(測定)です。ノイズの共分散データ

$$E(ww^{T}) = Q_{n}, \qquad E(vv^{T}) = R_{n}, \qquad E(wv^{T}) = N_{n}$$

は、代数 Riccati 方程式を使って、Kalman ゲインL を決定します。

Kalman フィルタは、ガウシアン白色ノイズを取り扱う場合、最適エスティメー タになります。特に、エスティメータの誤差の漸近的な共分散

 $\lim_{t \to \infty} E((x - \hat{x})(x - \hat{x})^T)$

を最小にします。



シンタックス. Kalman フィルタ作成には、Kalman 関数を使います。

[kest,L,P] = kalman(sys_kf,Qn,Rn,Nn);

プラントモデル sys_kf とノイズ共分散データを Qn、Rn、Nn とすると、Kalman エ スティメータの状態空間モデル kest プラントを生成します。プラントモデル方 程式は、つぎのようになります。

- $\dot{x} = Ax + Bu + Gw$
- $\overline{y} = Cx + Du + Hw + v$

ここで、wとvは白色ノイズとしてモデリングされています。Lは、Kalman ゲインで、Pは共分散行列です。

下図は Qn、Rn、Nn の仕様次元を示します。Nn が 0 の場合には、省略できます。.



図 4-38: Qn、Rn、Nn の要求された次元

Kalman フィルタの実行の詳しい例題は、オンライン"ケーススタディ"の Kalman フィルタリングを参照します。

LQG レギュレータ

LQG レギュレータを作成するためには、つぎに示すように、Kalman フィルタと LQ- 最適ゲインKを単に結合してください。



LQG regulator

このレギュレータは、つぎの状態空間方程式になります。

$$\frac{d}{dt}\hat{x} = \left[A - LC - (B - LD)K\right]\hat{x} + L\bar{y}$$
$$u = -K\hat{x}$$

シンタックス.すでに、Kalman フィルタ kest と補償器 K を作ったとすると、コマン ド lqgreg を使って LQG レギュレータを作成します。

regulator = lqgreg(kest, K);

LQG レギュレータの作成に関するより詳細な議論は、オンラインヘルプ "ケース スタディ "のなかにある例題 "LQG レギュレーション"にあります。

LQG 設計ツール

Control System Toolbox は、上述した3つのLQG設計ステップを実現する関数を 用意しています。これらの関数は、連続系プラントに対して、離散のLQGレ ギュレータを設計することと同様に、連続系、離散系の問題を共に解くことができます。以下のテーブルが LQG 設計コマンドの要約です。

コマンド	Description
care	連続時間代数 Riccati 方程式を解く
dare	離散時間代数 Riccati 方程式を解く
dlqr	離散システムに対する LQ- 最適ゲイン
kalman	Kalman エスティメータ
kalmd	連続プラント用の離散の Kalman エスティメータ
lqgreg	LQ ゲインと Kalman フィルタを与えて、LQG レギュ レータを作成
lqr	連続システム用の LQ- 最適ゲイン
lqrd	連続プラント用の離散 LQ ゲイン
lqry	出力に重み付けを行った LQ- 最適ゲイン
例題:LQG 設計

LQG 設計例として、以下のレギュレーション問題を考えます。



図 4-39: Simple レギュレーションループ

目的は、プラント出力yをゼロ近傍でレギュレートすることです。入力妨害 *d*は、低周波です。10 rad/sec以下に集中したパワースペクトル密度をもつ低周 波です。以下の図が示すように、LQG設計の目的において、カットオフ 10 rad/ secのローパスフィルタが白色ノイズで励起されているものとして、モデリング されています。





この図は、整形フィルタの Bode ゲイン図を示しています。

図 4-40: ローパスフィルタの Bode ゲイン図

以下に与えられるノイズ強度をもった測定ノイズ nが存在します。

 $E(n^2) = 0.01$

以下のコスト関数を用いて、

$$J(u) = \int_0^\infty (10y^2 + u^2) dt$$

レギュレーションの成果と制御コストのトレードオフを設定します。開ループ状 態空間モデルは、

$\dot{x} = Ax + Bu + Bd$	(state equations)
$\overline{y} = Cx + n$	(measurements)

ここで、(A, B, C) は 100/(s² + s + 100)の状態空間実現です。

次のコマンドは、この問題に対して最適 LQG レギュレータF(s)を設計します。

sys = ss(tf(100,[11100]))%状態空間プラントモデル

% LQ 最適化ゲイン K の設計 K = lqry(sys,10,1) % u = -Kx minimizes J(u)

% 制御入力 u と妨害入力 d をセパレート P = sys(:,[1 1]); % input [u;d], output y

% Kalman 状態エスティメータ Kest を設計 Kest = kalman(P,1,0.01)

% LQG レギュレータ = LQ ゲイン + Kalman フィルタを生成 F = lqgreg(Kest,K)

最後のコマンドは、LQG レギュレータF(s)の状態空間モデル F を生成します。 離散プラントに適用した場合には、lqry、kalman、lqgreg は、離散時間 LQG 設計を実 行します。

設計を検証するために、フィードバックでループを閉じて、閉ループシステムで ローパスフィルタを作成・追加し、impulse 関数を使って、開・閉ループ impulse 応答を比較します。 % ループを閉じます。 clsys = feedback(sys,F,+1) % 正のフィードバック % ローパスフィルタを作成し、clsys に追加します。 s = tf('s'): lpf= 10/(s+10); clsys_fin = lpf*clsys;

% 開ループ impulse 応答と閉ループ impulse 応答 impulse(sys,'r--',clsys_fin,'b-')



つぎの図は、この例題の開ループと閉ループの impulse 応答を比較します。

図 4-41: LQG 例題の開閉ループ Impulse 応答の比較

例題: セットポイントトラッキング用 LQG 設計

標準 LQG 問題は、プラント出力をゼロ付近にレギュレートします。前節"例題: LQG 設計"では、古典的 LQG レギュレーション問題を説明しました。

また、システムへのリファレンス入力(セットポイント)のトラッキングが目的 の場合、トラッキング問題のために、LQG設計手法を適用できます。トラッキ ング問題として、レギュレータに帰着させるためには、出力 y をレファレンス信 号と比較しなければなりません。目的は、出力とリファレンス間のエラーをゼロ 近傍とすることです。一般的な方法は、ゼロに近傍させるために、エラー信号 *e* = y - r に積分器を付加することです。

この Simulink ブロック線図は、飛行機自動操縦設計のトラッキング問題を示します。この図をオープンするには、MATLAB プロンプトで、lqrpilot とタイプします。



図 4-42: トラッキングループ

この設計の主な注目すべき機能はつぎの通りです。

- 図の状態空間ブロックは、線形化された機体を含んでいます。
- sf_aerodyn は、(θ,φ) = (0,15°)の非線形方程式を含んだ S-Function ブロック

機体の状態空間方程式

標準状態空間方程式から始めると、

 $\dot{x} = Ax + Bu$

ここで、

 $x = [u, v, w, p, q, r, \theta, \phi]^{T}$

下図に示されているように、変数 *u、v、w* は、機体フレームに関連した 3 つの速度です。



図 4-43: 飛行機の機体座標フレーム

変数 θ と ϕ は、ロールとピッチです。p、q、rは、それぞれロール、ピッチ、ヨーレートです。

機体のダイナミックスは非線形です。以下の方程式は、状態空間方程式に追加された非線形コンポーネントを表わします。



図 4-44: 状態空間方程式の非線形コンポーネント

AとBの数値を見るには、MATLABプロンプトで、

load lqrpilot

A, B

とタイプします。

平衡化

LQG 設計目的で、非線形ダイナミックスは、 $\phi = 15^{\circ}$ で平衡化され、 $p, q, r \ge \theta$ は、0 に設定されています。u, v, w は図 4-44 の非線形項に入っていないので、その他のすべての状態がゼロで(ϕ, θ) = (0, 15°)付近に線形化することになります。結果としてできる線形化モデルの状態行列は、A15 と呼ばれます。

問題定義

目的は、図のように安定座標回転(ターン)を行うことです。



図 4-45: 60° ターンをしている飛行機

この目的を達成するには、60°ロールの安定したターンを制御するコントローラ を設計しなければなりません。さらに、ピッチ角度 θ が、できるだけゼロに近 い状態を続ける必要があります。

結果

LQG ゲイン行列 K を計算するには、MATLAB プロンプトで

lqrdes

とタイプします。

非線形モデル sf_aerodyn を選択して、lqrpilot モデルをスタートします。つぎの図 は、60°Step 命令に対する φ の応答を示します。



図 4-46: Roll Step コマンドをトラッキング

見て分かる通り、システムは約60秒で制御された60°ロールに追従します。

別の目的は、ピッチアングルのθをもっと小さく保つことです。この図は、LQG コントローラがどの程度うまく行うかを示したものです。



図 4-47: ピッチアングル での変位を最小化する。



最後に、つぎの図は制御入力を示しています。

図 4-48: LQG トラッキング問題の制御入力

lqrdes.mのQとR行列を調節して、制御入力とシステム状態を検証し、lqrdesを再度 実行してLQGゲイン行列を更新してください。試行錯誤(トライアルアンドエ ラー)を繰り返して、この設計の応答を向上できるかもしれません。また、線形 と非線形設計を比較し、システムのパフォーマンスに対して、非線形の効果を確 認してみて下さい。 4 <u>補償器の設計</u>



さらに、学ぶため

デ モ									5-2
オンラインヘルプ・・・・・・・・・・・		•		•			•		5-2
プロットプリファレンスやプロパティの設定						•	•		5-3
The MathWorks オンライン	•	•	 •	•	•	•	•	•	5-4

デモ

Control System Toolbox の例題をさらに、調べるためには、MATLAB プロンプトのもとで、

demo

と入力してください。これにより、MATLAB **デモ**ウィンドウがオープンしま す。利用できるデモを見るには、Toolboxesの下から Control System Toolbox を選 択します。

別の方法として、MATLAB の Launch Pad からデモにアクセスすることもできま す。利用できるデモを見るには、Toolboxes の下から Control System Toolbox を選 択します。

オンラインヘルプ

このマニュアルの中で、カバーされているいくつかのトピックスのより詳細な説 明に関しては、ヘルプナビゲータの Control System Toolbox の下に表示されるド キュメントを参照してください。

ヘルプナビゲータは、文字の検索もサポートしていることに注意してください。 ユーザは、検索したい文字列やオンラインマニュアルを設定することができま す。検索を始めるために、サーチタブをクリックします。また、利用可能なイン デックスもあり、それを可視化するには、索引タブをクリックします。

このマニュアルとは別に、*Getting Started with the Control System Toolbox*のドキュ メントをオンラインで利用することができます。

- リリースノート 最新のリリースの詳細
- モデルの作成と取り扱い ひとつの変数に複数の線形モデルを保存するために利用できるデータオブジェクトの線形モデルとLTI配列の作成と取り扱いの方法に関する詳細情報
- プロットプロパティとプレファレンスの設定 タイトル、フォント、単位、 グリッドなどのプロットオプションを設定するためのプロパティプリファレ ンスエディタの詳細
- 設計ケーススタディ Kalman フィルタリングや MIMO 設計を含んだ例題
- ・ 計算の信頼性 数値的安定性と正確性の問題
- ツールとビューアリファレンス システム解析と SISO 補償器設計ができる GUI (グラフィカルユーザインターフェイス)である LTI ビューアと SISO 設 計ツールのすべての詳細

 ・ 関数リファレンス — Control System Toolbox の中で利用可能な関数すべての詳細。カテゴリー別、アルファベット順の関数リスト

プロットプリファレンスやプロパティの設定

Toolbox で生成される時間、周波数プロットの視覚化に対するコントロール機能 を持った3つの GUI (グラフィカルユーザインターフェイス)を提供していま す。

- ツールボックスプリファレンス
- ・ ツールプリファレンス
- プロットプロパティ

プリファレンスは、セッション毎に保存できるグローバルオプションや、一度の セッションでオープンする LTIViewer または SISO 設計ツールに関連していま す。プロパティとは、カレントウィンドウにのみ適用される*オプションで*す。こ の節では、3 つの GUI の概要を説明します。詳細情報は、オンラインヘルプを 参照して下さい。

プロットプロパティは、全ての応答図のプロットの属性を設定できますが、 ControlSystemToolbox が生成する全ての応答図の属性の設定にも、ツールボック スプリファレンスエディタを使うことができます。つぎの図は、ツールボックス プリファレンスからプロットプロパティまでの継承した階層を示します。



図 5-1: プリファレンスとプロパティ階層の継承

以下の方法で、プリファレンスとプロットエディタをアクティブにできます。

- ・ ツールボックスプリファレンス —LTIViewerまたはSISO設計ツールでファイル からツールボックスプリファレンスを選択します。
- ・ ツールプリファレンス SISO設計ツールの編集からSISOツールプリファレン ス、または LTI Viewer の編集からビューアプリファレンスを選択します。
- プロットプロパティ Control System Toolbox によって作成した応答図上をダブルクリック、または右クリックメニューからプロパティを選択します。

プロパティとプリファレンスエディタの使い方の詳細は、Control System Toolbox オンラインメニューの "Setting Plot Properties and Preferences" を参照してください。

The MathWorks オンライン

Control System Toolbox と他の MathWorks の製品の最新情報は、つぎの Web を調べてください。

http://www.mathworks.com

また、ユーザの Internet News リーダを使って、ニューズグループにアクセスしてください。

comp.soft-sys.matlab

制御工学の概念を説明するために、MATLAB や Control System Toolbox を使った 多くの本が、種々の出版会社から発行されています。MATLAB-Based ブックと 名付けられた本は、The MathWorks から利用でき、更新リストも Web サイトか ら利用できます。

Index

С

changing units on a plot 19 comparing models in plots 23 compensators editing in SISO Design Tool 36 exporting 39 feedback (state estimator design) 44 conventions in our documentation (table) 8 covariance noise 47

D

design Kalman estimator 47 LQG Tracker, example of 55 LQG, description of 46 LQG, example of 51 LQG, syntax 49 pole placement 42 regulators 49 root locus 42 state estimator 43 state estimator, Kalman 47

Е

estimator gain 43 Kalman 47 exporting compensators and models 39

F

final time. See éûä'âûìö

frequency response 20 plotting 23 functions time and frequency response 17

G

gain estimator, Kalman 47 selection 24 state-feedback 46

H

Help Navigator 2

I

input point block 34 See also Simulink LTI Viewer

K

Kalman estimator continuous 47 gain 47 steady-state 47 Kalmanfilter. *See* Kalman estimator

L

linear models comparing multiple models in plots 23 exporting 39 frequency response. *See* frequency response LQG (linear quadratic-gaussian) method continuous LQ regulator 47

design See design, LQG gain, optimal state-feedback 47 Kalman state estimator 47 LQ-optimal gain 47 regulator, forming 49 weighting matrices 47 LTI Viewer LTI ViewerCÃèâä ⪠13 ÉvÉçÉbÉgÉ^ÉCÉvÇÃïœçX 10 ÉvÉcÉbÉgÉIÉvÉVÉáÉìÅAêÆíËéûä 14 ÉvÉçÉbÉgÉIÉvÉVÉáÉìÅAóßÇøè,,Ç™ÇËéûä'7 ÉÇÉfÉãÇÃïœçX 15 âEÉNÉäÉbÉNÉÅÉjÉÖÅ 5 ï°êîÉÇÉfÉãÇÃî‰är 12 LTIÉÇÉfÉãÇÃëÄçÏ åãçá 18

Μ

MIMO 19 MIMOÉÇÉfÉãì`íBä÷êîÇÃçÏê^{..} 18

Ν

noise covariance 47 white 17

0

online help 2 output point block 34 *See also* Simulink LTI Viewer overshoot 17

Р

plotting changing units 19 frequency response. *See* frequency response multiple systems 23 pole placement 42 conditioning 45

R

regulation 46, 52 performance 46 Riccati equation 47 rise time 17 root locus compensator gain 30 designing 42 root locus design 24 functions for 42

S

settling time 17 Simulink LTI Viewer 31 analysis models exporting 41 specifying 34 opening 31 operating conditions, setting 42 SISO Design Tool 3 adding a lead network 14 adding a notch filter 20 adding an integrator 12 adding poles and zeros 31 changing the compensator gain, Bode magnitude 8 changing the feedback structure 6 compensators, editing 36 importing models 4 opening 3 root locus design 24 state estimator 43 estimator, Kalman 47 state estimator design regulators/compensators 44 steady state error 17

Т

time response plotting 23 to white noise 17

U

units, changing on a plot 19

W

white noise **17** See also noise

Ź

ÉfÅ 22 MIMOÇÃó-ëËÅFÉWÉFÉbÉgêì``ã@ópÇÃÉàÅ 15 ÉfÅ 22 ÉTÉuÉVÉXÉeÉÄÇÃíäèo 25 ÉCÉiÉXÉgÉåÅ 3 ÉvÉçÉbÉg ÉJÉXÉ^ÉÄÉvÉçÉbÉgÇÃçïê`' 26 âEÉNÉäÉbÉNÉÅÉjÉÖÅ 20 éûa`âûiö 17

ÉZÉãîzóò 19 ÉÇÉfÉãÇÃçÏê" 1 мімо 15 SISO 6 LTI Viewer âEÉNÉäÉbÉNÉÅÉjÉÖÅ 5 ÉvÉçÉbÉg âEÉNÉäÉbÉNÉÅÉjÉÖÅ 20 ä÷òAÉvÉçÉ_ÉNÉg 6 åãçáÅAÉÇÉfÉã 18 éûä'âûìö 17 final time 20 мімо 19 ÉJÉXÉ^ÉÄÉvÉçÉbÉgÇÃçÏê^{..} 26 éûä ÉTÉ ÉvÉã ÉxÉNÉgÉã 20 éûä'îÕàÕ 20 é îgêîâûìö ÉJÉXÉ^ÉÄÉvÉçÉbÉgÇÃçÏê^{..} 26 èoóÕ3 èÛë' ÉxÉNÉgÉã 3 èÛë'ãÛä'ÉÇÉfÉã 3 ê å ÉÇÉfÉã ÉÇÉfÉãéüêîÇÃí-éüåŠâª 29 éûä'âûìö Seeéûä'âûìö ë...êîââéZ 25 í · éüåŠÉÇÉfÉã 29 ì`íBä∸êî 3 мімо 18 ì.óÕ3 ï°êîÉCÉfÉãCÃéÊCËàµC¢ 23 ï™éq édól 19 ïTMïÍ édól 19 ñ}ó⋅8 óÎi_/ã.../ÉQÉCÉìÉÇÉfÉã(ZPK) 3