

# ESTIMAÇÃO DA DIREÇÃO DE CHEGADA UTILIZANDO MUSIC COM ANTENAS DIRECIONAIS EM ARRANJO CIRCULAR

FABRICIO DE ABREU BOZZI\*, FÁBIO OLIVEIRA BAPTISTA DA SILVA\*, FERNANDO PEREIRA DE SOUZA MONTEIRO\*, WILLIAM SOARES FILHO\*

\*Rua Ipiru, n 02, Cacuia, Ilha do Governador, Rio de Janeiro

Emails: bozzi@ipqm.mar.mil.br, fabio.oliveira@marinha.mil.br,  
fernando.monteiro@marinha.mil.br, william.soares@marinha.mil.br

**Abstract**— The scope of this paper is to analyze the influence of the geometric parameters and the characteristics of the sensors of the uniform circular array (UCA) when estimating the Direction of Arrival (DoA) using Multiple Signal Classification (MUSIC). In order to reduce cost, size and computational complexity it is desirable that the array has the lowest number of sensors according the design requirements. Given the typical problems of ambiguity due to the radius and number of elements used, this study uses the fact that the sensors are directional in order to reduce or eliminate these problems.

**Keywords**— Signal Acquisition, Sonar, Beamforming, Hydrophone Array.

**Resumo**— O escopo deste trabalho é analisar a influência dos parâmetros geométricos e as características dos sensores do arranjo circular uniforme (UCA) ao estimar a direção de chegada (DoA) utilizando Multiple Signal Classification (MUSIC). Com o objetivo de reduzir custo, tamanho e complexidade computacional é desejável que o arranjo tenha o menor número de sensores atendendo aos requisitos de projeto. Dado os problemas típicos de ambiguidade devido ao raio e ao número de elementos utilizados, este estudo utiliza o fato dos sensores serem direcionais de forma a reduzir ou eliminar estes problemas.

**Palavras-chave**— Aquisição de Sinais, Sonar, Conformação de feixes, Arranjo de Hidrofones.

## 1 O Sistema Sonar Passivo

O desenvolvimento de um sistema SONAR (*Sound Navigation and Ranging*) passivo pode ser dividido, basicamente, em duas áreas: desenvolvimento de elementos hidroacústicos (hidrofones, transdutores e *staves*), sendo referida como parte molhada do sonar; e desenvolvimento do processamento de sinais (formação de feixes, tratamento de sinais, apresentação e análises), chamada de parte seca. A aquisição de sinais é considerada o “elo” entre a parte molhada e a parte seca [1].

No submarino, utiliza-se um *Cylindrical Hydrophone Array* (CHA), o qual consiste de um arranjo de *staves* (barrotes), agrupados de forma circular. O chamado *stave* é a estrutura em que residem hidrofones, que são os sensores passivos, para captação de sinais acústicos submarinos. Geralmente, os *staves* são projetados de forma a abafar um dos lados dos hidrofones, com o objetivo de dar diretividade a cada sensor. Por questão de projeto, neste estudo, o CHA será considerado um arranjo circular uniforme (*Uniform Circular Array - UCA*) [2].

Após a aquisição dos sinais dos hidrofones, o sinal digital é processado espacialmente utilizando técnicas de *beamforming* e posteriormente são realizadas análises para detecção, acompanhamento e classificação das fontes sonoras incidentes.

## 2 Método

Este trabalho utilizará de um modelo para geração de sinais com ganho direcional, onde os parâmetros de direcionalidade serão ajustados com base em características dos *staves* utilizados em CHA. O método utiliza o algoritmo MUSIC para estimação de direção de chegada. As análises dos resultados são feitas a partir de gráficos de *DoA* e *Root Mean Square Error (RMSE)*.

### 2.1 Modelo do Receptor de um UCA

O UCA é comumente utilizado em aplicações cujo interesse é obter uma resposta direcional uniforme para todo ângulo de azimute [3]. A Figura 1 apresenta um modelo de UCA, de raio  $r$  e com 4 sensores espaçados por  $d$ . São assumidos  $D$  sinais incidentes, que coincidem com o plano do arranjo.

A saída do UCA é dada por:

$$y(k) = w^H x(k), \quad (1)$$

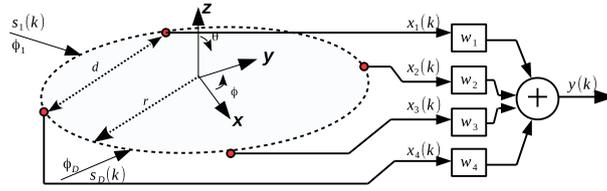


Figura 1: Arranjo circular uniforme de raio  $r$  e com 4 sensores espaçados por  $d$ .

onde  $k$  é o índice da  $k$ -ésima amostra,  $w$  é o vetor peso  $w = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_N]^T$  e  $x(k)$  é o sinal recebido nos elementos:

$$x(k) = [v(\phi_1) \ v(\phi_2) \ \dots \ v(\phi_D)] \begin{bmatrix} s_1(k) \\ s_2(k) \\ \vdots \\ s_D(k) \end{bmatrix} + \eta(k) \\ = \mathbf{V}s(k) + \eta(k). \quad (2)$$

Na Equação 2,  $v(\phi)$  é o vetor resposta do arranjo (*Array Response Vector - ARV*), ou seja,  $\mathbf{V}$  é uma matriz  $N \times D$  (*Array Manifold*), e  $s_n$  é o sinal complexo analítico que representa a frente de onda da direção  $n$ . O ruído é representado por  $\eta$ . Para o UCA, o ARV é dado por

$$v(\phi) = \begin{bmatrix} g_0(\phi)e^{-j\kappa p_0} \\ g_1(\phi)e^{-j\kappa p_1} \\ \vdots \\ g_{N-1}(\phi)e^{-j\kappa p_{N-1}} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

onde  $\kappa$  é obtido por:

$$\kappa = -\frac{2\pi}{\lambda} \begin{bmatrix} \sin(\theta) \cos(\phi) \\ \sin(\theta) \sin(\phi) \\ \cos(\theta) \end{bmatrix} = -\frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{u}. \quad (4)$$

Quando se assume  $\theta = 90^\circ$  (todos elementos no mesmo plano),  $\kappa = -\frac{2\pi}{\lambda} [\cos(\phi) \sin(\phi) \ 0]^T = \beta [\cos(\phi) \sin(\phi) \ 0]^T$ . Os ganhos  $g_0(\phi), g_1(\phi), \dots, g_{N-1}(\phi)$  são números reais, representando a resposta de cada sensor para cada direção  $\phi$  (ganhos direcionais dos sensores).

Para a posição do  $n$ -ésimo elemento, temos  $p_n = [r \cos(\phi_n) \ r \sin(\phi_n) \ 0]^T$ , onde  $\phi_n = \frac{2\pi n}{N}$  para  $n = 0, \dots, N-1$ . No caso de elementos isotrópicos,  $g_0(\phi) = g_1(\phi) = \dots = g_{N-1}(\phi) = 1$ . Considerando a variação dos ganhos de acordo com os ângulos, a Equação 3 pode ser reescrita por

$$v(\phi) = \begin{bmatrix} g(\phi)e^{-j\beta r \cos(\phi)} \\ g\left(\phi - \frac{2\pi}{N}\right) e^{-j\beta r \cos\left(\phi - \frac{2\pi}{N}\right)} \\ \vdots \\ g\left(\phi - \frac{2(N-1)\pi}{N}\right) e^{-j\beta r \cos\left(\phi - \frac{2(N-1)\pi}{N}\right)} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

onde assume-se que os  $N$  sensores têm ganho máximo na direção radial, para fora do centro do arranjo. Assim, a função de diretividade ou (*beam pattern*) para esta geometria é dada por

$$D(\phi) = w^H v(\phi) \\ = \sum_{n=0}^{N-1} w_n g_n(\phi - \phi_n) e^{j\beta r \cos(\phi - \phi_n)}. \quad (6)$$

## 2.2 Multiple Signal Classification

Entre os diversos algoritmos de DOA, utilizou-se neste estudo o *Multiple Signal Classification (MUSIC)*[4]. Para o sinal  $x(k)$ , calcula-se a matriz de correlação por

$$R_{xx} = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} x(k)x(k)^H, \quad (7)$$

onde,  $k$  é o número de amostras. O método de DOA utilizando MUSIC pode gerar alta resolução por explorar os vetores de subespaço da estrutura dos dados de entrada. O espectro obtido pelo algoritmo MUSIC é calculado por

$$P(\varphi) = \frac{1}{v^H(\varphi)E_N E_N^H v(\varphi)} \quad (8)$$

onde  $E_n$  é a matriz de subespaço de ruído. Neste estudo o subespaço de ruído foi obtido através de ordenação dos autovalores. Analisando a variação entre os valores, foi determinado um patamar para separar a dimensão do Ruído.

Uma interpretação para 8 é visualizada quando  $v(\varphi)^H \perp E_n$  resultando em uma norma zero, gerando um pico em  $P(\varphi)$ .

### 2.3 Ganho Direcional

O objetivo da análise do ganho direcional dos elementos é obter, através de uma formulação, o impacto na acurácia da DOA para determinadas diretividades. A diretividade para cada elemento pode ser representada por [5]

$$D = \frac{2^{2m+2}\pi}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi (1 + \sin(\theta))^m (1 + \cos(\phi))^m \sin(\theta) d\theta d\phi}, \quad (9)$$

onde  $m$  representa um parâmetro de controle da diretividade. Assumindo que os sensores são perfeitamente casados e sem perda, o ganho direcional é dado por

$$G(\phi) = \frac{D}{2^m} (1 + \cos(\phi - 2\pi nN))^m, \quad n = 0, 1, \dots, N - 1, \quad (10)$$

sendo  $g(\phi) = \sqrt{G(\phi)}$ , na Equação 5.

## 3 Resultados

Os resultados das simulações, apresentadas neste trabalho, foram geradas utilizando ondas senoidais com  $K = 100$  amostras (ou snapshots) e incremento angular para cada *steering* de  $1^\circ$ . Foi utilizado ruído gaussiano com média zero e  $SNR = 20dB$ .

Em um UCA, com 4 elementos,  $r = \lambda/2$ , gerou-se dois sinais incidentes ( $180^\circ e 190^\circ$ ). Nota-se, no espectro espacial, através da Figura 2, que o problema da ambiguidade é solucionado ao utilizar sensores direcionais (em vermelho).

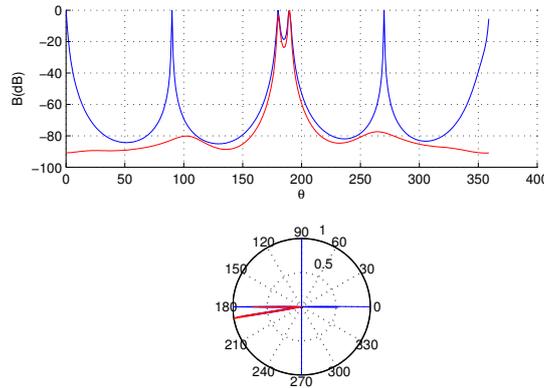


Figura 2: Efeito da diretividade para duas fontes sonoras incidentes ( $D = 4, M = 2.7$ ).

Uma interpretação para a ambiguidade ocorrer (esta é referente ao ângulo de  $180^\circ$ ) é o espaçamento entre elementos ser de  $d = \lambda/\sqrt{2} > \lambda/2$  que é o espaçamento máximo para evitar ambiguidade. Ainda, pode-se notar que o diâmetro do UCA é igual a  $\lambda$ , gerando os chamados *grating lobes*.

A utilização de sensores direcionais impede a ambiguidade pois, o *array manifold* é multiplicado por pesos diferentes para cada sensor e direção. Isso faz com que, por exemplo, o sensor oposto receba sinal multiplicado por peso zero, ou seja, ele é anulado.

Outro exemplo é visto na Figura 3. Gerou-se um sinal incidente em  $180^\circ$  com um UCA de  $r = 5\lambda$ . Para esta situação, o esperado é o incremento de *aliasing* espacial e é o que de fato ocorre. A utilização de elementos direcionais também resolve este problema.

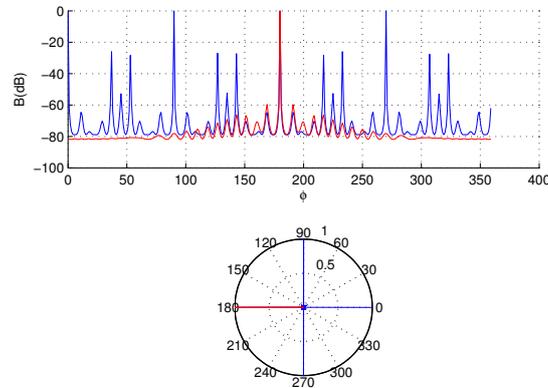


Figura 3: Efeito diretividade para duas fontes sonoras incidentes ( $D = 4, M = 2.7$ ).

Os dois exemplos apresentados nas figuras 2 e 3, ilustram a solução do problema de ambiguidade para duas configurações de UCA. Estas situações particulares abordam a relação de distância entre elementos e as possibilidades de ambiguidades.

Uma outra visão, dos possíveis efeitos de ambiguidade, pode ser notada pelo erro quadrático entre os ângulos estimados ( $\hat{\varphi}_{i,l}$ ) e reais ( $\varphi_i$ ). O *Root Mean Square Error (RMSE)* é dado por

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{l=0}^{L-1} (\hat{\varphi}_{i,l} - \varphi_i)^2}, \quad (11)$$

onde  $i = 0, 1, \dots, 359$  e  $L = 10$ .

Para um UCA com 4 elementos,  $r = \lambda/(2\sqrt{2})$ , obtém-se o  $RMSE \times \varphi$  apresentado na Figura 4. Nota-se que, para elementos omnidirecionais, ocorre um incremento do erro nos ângulos de  $45^\circ$ ,  $125^\circ$ ,  $225^\circ$  e  $315^\circ$  devido as ambiguidades nestes ângulos. Percebe-se também que o erro ocorre em uma faixa de  $\pm 15^\circ$  em torno dos citados ângulos.

Com o uso de sensores direcionais, o erro se manteve constante em toda a faixa de varredura, justificável por não existir mais o efeito de ambiguidade.

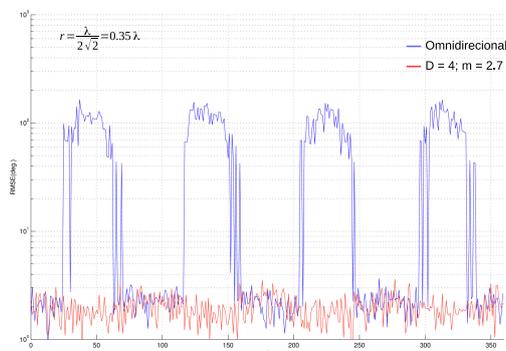


Figura 4: Root Mean Square Error (RMSE).

Uma visão do erro, em relação ao raio do UCA, para algumas diretividades pode ser obtida por

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{IL} \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{l=0}^{L-1} (\hat{\varphi}_{i,l} - \varphi_i)^2}, \quad (12)$$

para  $I = 360$ .

A interpretação de 12, pode ser vista como a média de 11. Com isso obtém-se a Figura 5.

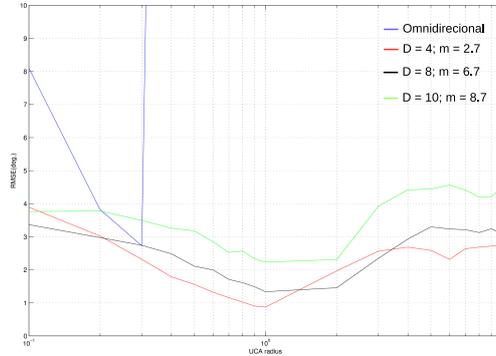


Figura 5: Root Mean Square Error ( $RMSE \times raio$ ).

Analisando esta figura, nota-se que, para elementos omnidirecionais, o erro extrapola o gráfico (para  $r > 0,3\lambda$ ), isso é justificado pois, para UCA com 4 elementos, ambiguidades ocorrem para  $r \geq \lambda/(2\sqrt{2}) = 0,35\lambda$ , como verificado na Figura 4. Para elementos com diretividade, o RMSE indica erro entre  $1^\circ$  e  $4^\circ$ . De acordo com a Figura 5, pode-se inferir que o menor erro é obtido em  $r = \lambda$  para  $D = 4$ .

#### 4 Conclusão

Este estudo se propôs a estudar os efeitos do uso de elementos direcionais em UCA. UCA são arranjos usados em aplicações onde é inviável realizar giro mecânico de um arranjo, e se está interessado em um melhor desempenho direcional em todo azimute.

Foram analisados os efeitos da ambiguidade que, para aplicações em DOA, não é desejada. A relação do raio versus comprimento de onda versus diretividade, foi explorada através de gráficos dos espectros espaciais e RMSE.

Foi verificado que o uso de elementos direcionais impede o aparecimento de ambiguidades (aliasing espaciais ou grating lobes) sem alteração da dimensão do UCA. O algoritmo MUSIC foi utilizado para obtenção da DoA, sendo este, um algoritmo considerado de alta resolução espacial. No entanto, ainda devem ser realizadas investigações sobre as possibilidades de separação dos subespaços de sinal e ruído.

Uma aplicação de interesse de UCA com elementos direcionais pode ser vista em um sistema sonar. Assim, este artigo aplicou os parâmetros de ganhos direcionais que são relacionados aos sensores reais.

#### Referências

- [1] Q. Li, *Digital Sonar Design in Underwater Acoustics: Principles and Applications*, ser. Advanced Topics in Science and Technology in China. Springer Berlin Heidelberg, 2012.
- [2] C. Sherman and J. Butler, *Transducers and Arrays for Underwater Sound*, ser. The Underwater Acoustics Series. Springer New York, 2007.
- [3] B. Jackson, S. Rajan, B. Liao, and S. Wang, "Direction of arrival estimation using directive antennas in uniform circular arrays," *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, vol. 63, no. 2, pp. 736–747, Feb 2015.
- [4] H. Van Trees, *Detection, Estimation, and Modulation Theory, Optimum Array Processing*, ser. Detection, Estimation, and Modulation Theory. Wiley, 2004.
- [5] M. Gavish and A. J. Weiss, "Array geometry for ambiguity resolution in direction finding," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 44, no. 6, pp. 889–895, June 1996.